

## Воздействие льда на откосные сооружения

*Аспирант Ли Лян;*

*д.ф.-м.н., профессор К.Н. Шхинек,*

*ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет»*

**Аннотация.** Для определения ледовой нагрузки широко используется метод Кроасдейла, который основан на двумерном квазистатическом решении. Поправки, введенные им для использования решения в трехмерных условиях, учитывают только часть явлений, характерных для этого случая. Целью настоящей работы является исследование ледовой нагрузки на наклонные поверхности сооружений с учетом трехмерности и динамичности явления.

С помощью конечноэлементного программного комплекса ANSYS исследуются различия между двумерным и трехмерным решениями, динамичность процесса, влияние основных параметров (прочность на изгиб, толщина льда и угол наклона поверхности сооружения) на ледовую нагрузку и предельную высоту образования обломков льда при взаимодействии льда с наклонной плоскостью сооружения. Согласование результатов математического моделирования для двумерного случая и метода Кроасдейла удовлетворительно.

**Ключевые слова:** ширина сооружения; ледовая нагрузка; нагромождение обломков; наклонные гидротехнические сооружения; ANSYS

### *Введение*

В настоящее время начинается активное освоение месторождений нефти и газа на арктическом шельфе. Характерной особенностью арктического шельфа является наличие ледяного покрова, воздействие которого часто является наиболее опасным для сооружений. Определенного снижения нагрузки можно достичь, используя сооружения с наклонными гранями. Экспериментальному изучению ледовой нагрузки на наклонные сооружения посвящено большое количество работ, например [1–3]. Аналитические решения обсуждались в работах [4–8].

В последнее время появились статьи, рассматривающие численные решения взаимодействия льда с наклонной плоскостью [9, 10]. Первоначально методы базировались на предположении, что лед при действии на рассматриваемые сооружения разрушается изгибом. Лишь более поздние лабораторные и натурные исследования показали, что возможно разрушение льда как от изгиба, так и от сжатия [11–12]. В частности в работе [13] показано, что наличие продольной силы, возникающей в процессе взаимодействия с наклонной поверхностью, значительно увеличивает общую нагрузку. Процесс взаимодействия и его развитие во времени рассматриваются в исследовании [14], где отмечается, что скопление обломков льда на поверхности сооружения оказывает решающее влияние на нагрузку.

Большое влияние на исследования взаимодействия льда с наклонной плоскостью оказали наблюдения в Каспийском море, где скопления льда на плоскости играли важную роль. Это вызвало появление теоретико-экспериментальных работ [15, 16]. Особенностью этих исследований является то, что они относятся к зоне существенного мелководья. Скопления обломков льда на дне существенно изменяют картину взаимодействия, и поле обломков может достигнуть значительных высот.

В последнее время появились работы, рассматривающие численные решения взаимодействия льда с наклонной плоскостью [9, 10]. Эти решения основаны на идеализированной модели льда, состоящего из специальных элементов. Эта модель очень удобна для рассмотрения последовательных разрушений. Ее недостатком является то, что в ней используются специальные критерии, отличающиеся от обычно применяемых критериев разрушения. Поэтому требуется проведение специальных численных экспериментов для установления связи между глобальными (замеряемыми в натуральных условиях) и модельными свойствами льда.

Наиболее широко в практике проектирования сооружений используются методы, предложенные Кроасдейлом и Ральстоном [4–5, 17]. Решение для пространственной задачи, подобное решению Кроасдейла, было разработано Фредеркингом и модифицировано в соавторстве с Тимко [1, 2].

Ким [18] провела численные эксперименты, чтобы определить чувствительность метода Кроасдейла к вариации исходных данных. Наиболее важными параметрами оказались толщина льда, высота навала обломков, угол наклона поверхности сооружения, коэффициент трения льда и сооружения. Влияние модуля упругости и прочности льда при изгибе оказалось крайне незначительным.

Одними из существенных вопросов, не исследованных до сих пор, являются вопрос различия между двумерным и трехмерным решениями и вопросы динамики взаимодействия. Решение Кроасдейла является, по сути, двумерным. Предложенная им поправка на трехмерность не играет существенной роли в значении нагрузки.

Второй особенностью существующих решений является то, что почти все они статические, или квазистатические. Проблема динамичности рассмотрена более или менее для сооружения, имеющего форму конуса [19–20]. Для плоскости эта задача частично исследована в работе [21].

Исследования последних лет [22–24] показали перспективность метода конечных элементов для изучения процесса взаимодействия льда с сооружениями и определения ледовых нагрузок.

Задачей настоящей работы является рассмотрение воздействия льда на наклонные поверхности сооружений с учетом динамичности явления. Это решение должно позволить совершенствовать методики расчета нагрузок.

### *Метод исследования и основные допущения*

Исследования производятся путем математического моделирования в программе ANSYS. Используется явный способ интегрирования и метод центральных разностей, при котором ускорение полагается постоянным в течение шага по времени [25]. Для исследования воздействия льда на наклонные поверхности сооружений используется специально разработанная 3D численная модель.

При расчете динамики в программе приняты следующие допущения.

1. Лед является поликристаллическим материалом, обладающим и пластическими и хрупкими свойствами [26]. Для правильного описания поведения материала льда используется модель Кулона – Мора [26]. В этой модели прочность при растяжении существенно меньше, чем при сжатии. В таблице 1 представлены принятые свойства льда.

**Таблица 1. Исходные данные материала льда**

<b>Модель</b>	модель Кулона – Мора
<b>Плотность, кг/м<sup>3</sup></b>	900
<b>Модуль сдвига, Па</b>	2,0E+9
<b>Коэффициент Пуассона</b>	0,3
<b>Угол внутреннего трения</b>	30
<b>Сцепление материала, Па</b>	3,5E+5
<b>Прочность на сдвиг, МПа</b>	0,85
<b>Прочность на сжатие, МПа</b>	1,82
<b>Прочность на растяжение, МПа</b>	0,57

2. Тип контакта \*CONTACT\_AUTOMATIC\_NODES\_TO\_SURFACE используется для моделирования контакта льда и сооружения в конечно-элементной модели 3D.

3. Влияние воды учитывается с помощью лагранжево-эйлерового подхода (ALE).

4. Для моделирования трещины в ледовом поле используется критерий разрушения льда по поверхности между объемными элементами.

На рисунке 1 представлена конечно-элементная модель для исследования взаимодействия льда и откоса сооружения. Показаны вода, воздух, лед и сооружение.

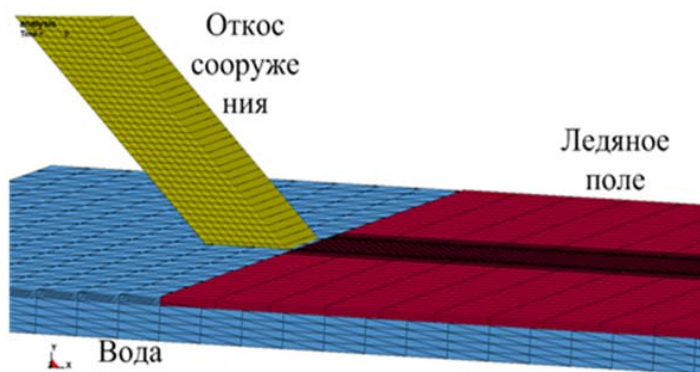


Рисунок 1. Конечнo-элементная модель

### Проверка правильности модели

В таблице 2 приведены исходные данные и результаты расчета и опыта, проведенного в лаборатории Канадского Национального Центра [2].

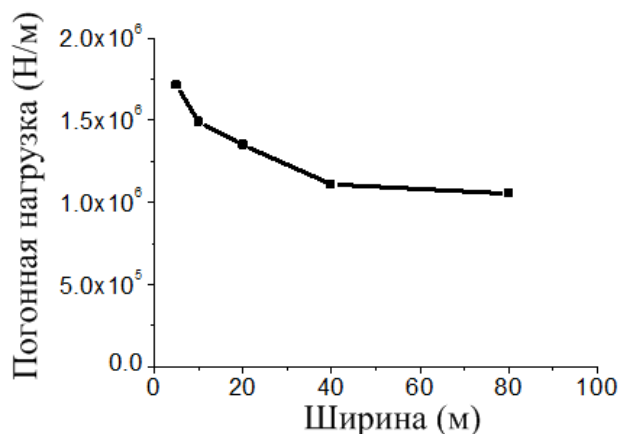
Таблица 2. Исходные данные и результаты опыта с сооружением с наклонным углом 45°, результаты расчета

Исходные данные опыта						
Ширина наклонной плоскости	Высота наклонной плоскости	Коэффициент трения	Прочность льда при растяжении	Модуль сдвига, МПа	Толщина ледяного поля	Скорость, см/с
100 см	9 см	0.02	40 КПа	139	4.2 см	2.7
Результаты опыта						
Горизонтальная нагрузка, Н	Средняя	167	Вертикальная нагрузка, Н	Средняя	153	
	Максимальная	283		Максимальная	251	
Результаты расчета						
Горизонтальная нагрузка, Н	Средняя	157	Вертикальная нагрузка, Н	Средняя	149	
	Максимальная	284		Максимальная	270	

Верификация решения проведена путем сопоставления результатов расчета с указанными опытами. В таблице 2 приводится сопоставление расчета и эксперимента. Видно, что конечно-элементная модель удовлетворительно описывает процесс взаимодействия льда с наклонными поверхностями сооружения.

### Различие между двумерным и трехмерным решениями взаимодействия льда с наклонной плоскости сооружения

Как отмечалось ранее, все принятые методики расчетов нагрузок на наклонные сооружения базируются на квазистатическом двумерном решении. Однако очевидно, что это справедливо лишь при определенной (теоретически бесконечной) ширине сооружения. Нашей задачей на этом этапе является определение той ширины сооружения, для которой эффекты, возникающие на краях сооружения, не существенны и двумерное решение справедливо. На рисунке 2 представлена зависимость отношения нагрузки, приходящейся на единицу ширины сооружения от ширины последнего. Видно, что с увеличением ширины сооружения относительная горизонтальная нагрузка стабилизируется. По-видимому, для принятых исходных данных (толщина льда 1 м и угол наклона поверхности 60°) двумерное решение может использоваться при ширине сооружения, превышающей 40 м. Для меньших ширин должно использоваться трехмерное решение, соответствующее большим погонным нагрузкам. В последующих расчетах для оценки влияния параметров льда и сооружения на нагрузку на основе анализа 3D принята ширина сооружения 20 м.

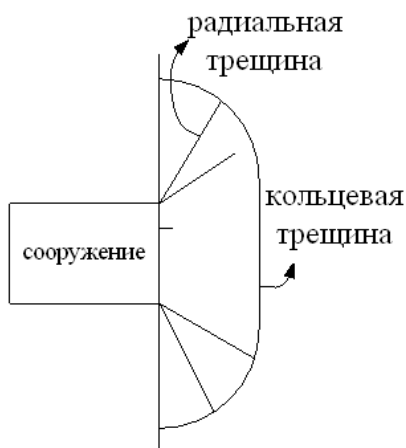


**Рисунок 2. Зависимость погонной горизонтальной нагрузки от ширины наклонной плоскости сооружения (толщина льда 1м; угол наклона сооружения 60°; скорость 1м/с)**

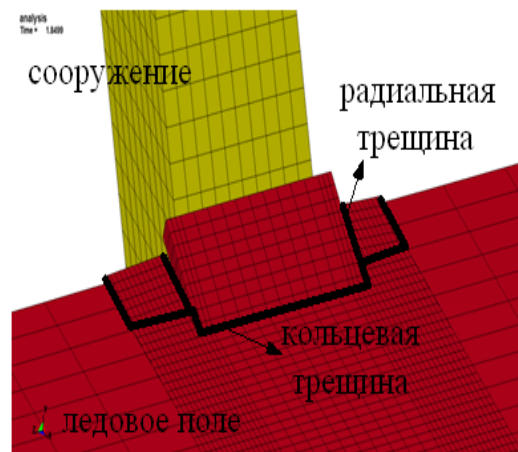
### *Характер разрушения льда при его взаимодействии с наклонной плоскостью*

Известно, что в процессе взаимодействия с наклонной поверхностью по ширине сооружения в ледовом поле образуются два вида трещин (разрушений) – кольцевые, связанные с изгибом, и радиальные (связанные со срезом) (рис. 3). На рисунке 4 представлены трещины, образующиеся в расчетах по программе при взаимодействии льда с откосом.

Первое появление того или иного вида трещин зависит от многих причин, и известны лишь предельные случаи. Широкая, близкая к горизонтальной поверхность вызывает появление трещины, параллельной наклонной поверхности сооружения (изгибной); узкая, близкая к вертикальной – радиальное. Характер разрушения и преобладающие напряжения определяют уровень нагрузки.



**Рисунок 3. Трещины, образующиеся при взаимодействии льда с наклонным сооружением**



**Рисунок 4. Разрушения, зафиксированные в расчете**

### *Моделирование процесса взаимодействия*

Главные этапы процесса взаимодействия льда с наклонной поверхностью сооружения (угол 45°,  $h=1$  м,  $D=20$  м, скорость 1 м/с) представлены на рисунке 5: вначале ледовое поле касается сооружения, происходит первое разрушение участка поля около сооружения при изгибе. В результате образуется обломок (блок) льда, который скользит под действием оставшегося поля по поверхности сооружения. По мере движения блок может подвергнуться дальнейшему разрушению, ломаясь на более мелкие куски (рисунок 5–2); блоки льда далее могут скользить по откосу сооружения (рисунок 5–3); когда группа блоков достигает максимальной высоты, блоки продавливают ледяное поле благодаря своему весу и падают в воду (рисунок 5–4).

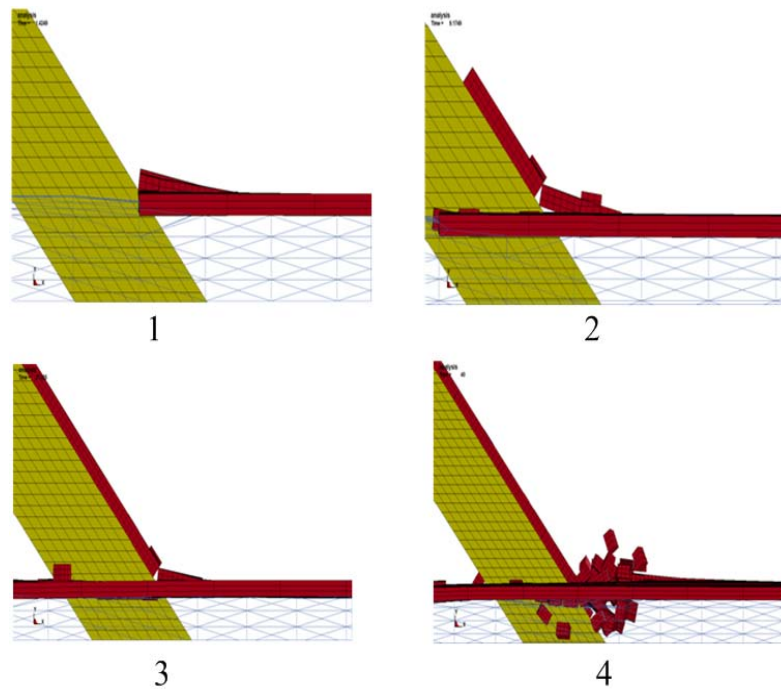


Рисунок 5. Фазы взаимодействия льда с откосом сооружения

На рисунке 6 представлена зависимость горизонтальной нагрузки на сооружение от времени. Видно, что она постепенно увеличивается во времени (то есть с высотой наползания) до достижения максимальной высоты. Первый пик нагрузки связан с разрушением при чистом изгибе. Последующие пики нагрузки связаны с разрушением ледяного поля при совместном действии на него напряжений от изгиба и продольного сжатия, вызванного все возрастающим суммарным сопротивлением обломков «проталкиванию» по поверхности сооружения. В работе [13] было показано, что наличие продольной силы существенно влияет на сопротивление льда разрушению. Расстояние между пиками – длина образовавшегося обломка льда. Эти расстояния позволяют лучше представить процесс разрушения ледяного покрова.

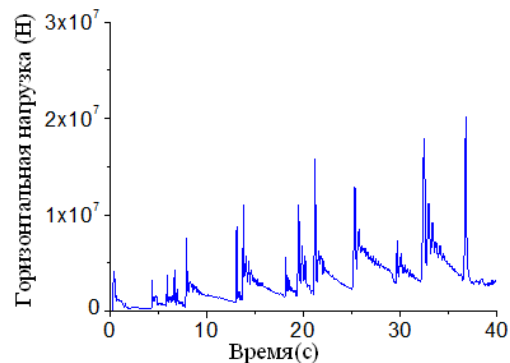
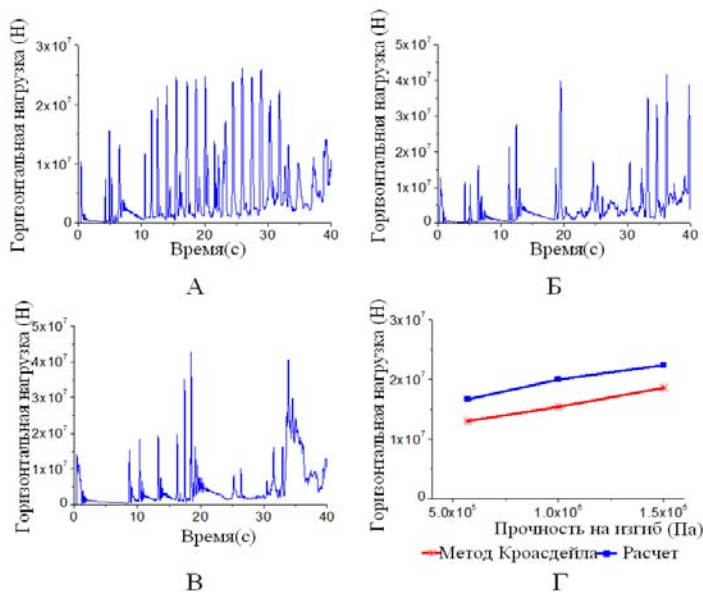


Рисунок 6. Зависимость полной горизонтальной нагрузки на сооружение от времени (толщина льда 1 м; прочность льда при растяжении 0,57 МПа; прочность льда при сжатии 1,82 МПа; угол наклона поверхности сооружения 45°; скорость движения льда 1 м/с)

### *Влияние свойств льда на нагрузки на наклонные поверхности сооружений (прочность льда при изгибе)*

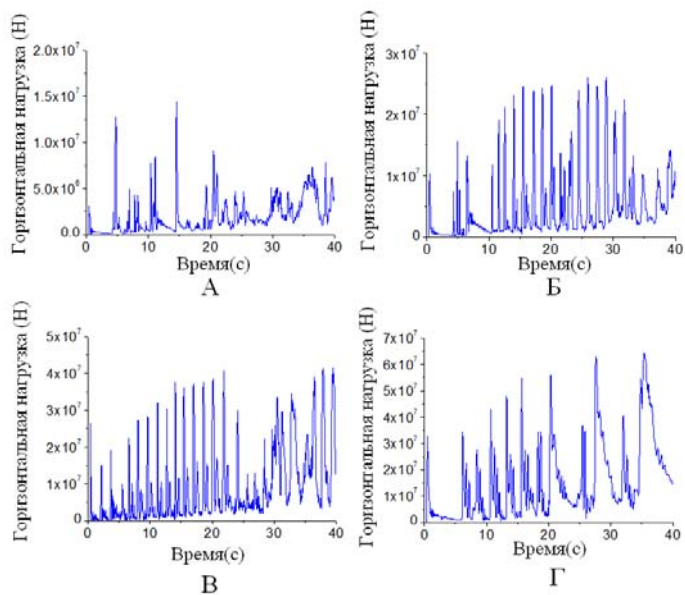
Прочность льда при изгибе используется в нормах разных стран при определении нагрузок. На рисунке 7 представлено влияние прочности льда при изгибе (растяжении) на горизонтальную нагрузку в процессе взаимодействия льда и откоса сооружения. Сравнение нагрузок, соответствующих разным прочностям (рис. 7Г), показывает, что и в трехмерном случае влияние прочности льда при изгибе (растяжении) слабо влияет на горизонтальную нагрузку на сооружение, но сильно влияет на время между пиками нагрузки. С увеличением прочности время между пиками увеличивается. На этом же рисунке произведено сравнение средних значений динамических пиков нагрузок с квазистатическим решением Кроасдейла. Согласие удовлетворительное.

Таким образом, можно заключить, что прочность льда при изгибе (растяжении) существенно влияет на временные характеристики нагрузки, но незначительно влияет на максимальное ее значение.



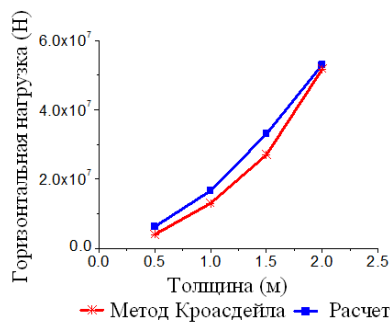
**Рисунок 7. Влияние прочности льда при изгибе на нагрузки на наклонные поверхности сооружений (А-0,57 МПа, Б-1 МПа, В-1,5 МПа; угол наклона сооружения 60°; толщина льда 1 м; скорость 1 м/с)**

*Влияние толщины льда на нагрузки на наклонные поверхности сооружений*



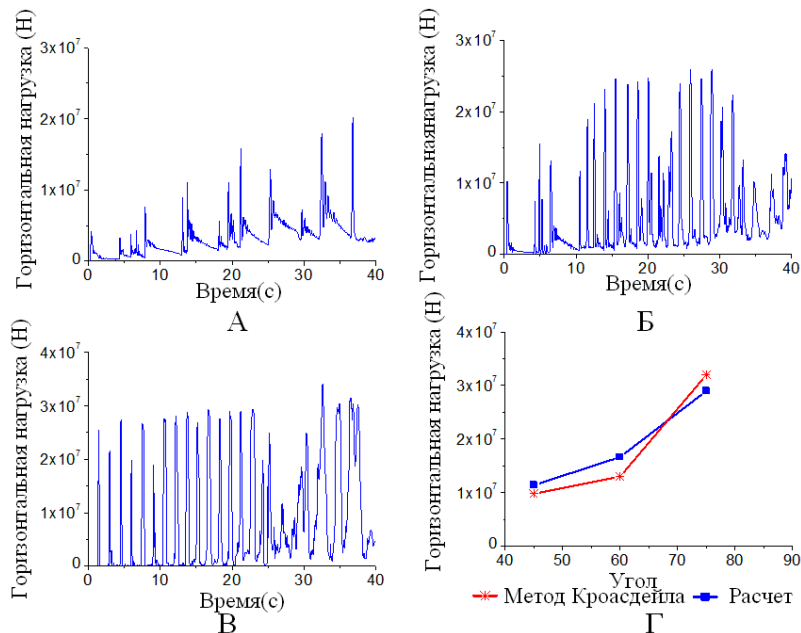
**Рисунок 8. Влияние толщины льда на нагрузки на наклонные поверхности сооружений (толщина А – 0.5 м, Б – 1.0 м, В – 1.5 м, Г – 2 м; прочность льда при растяжении 0,57 МПа; угол наклона поверхности сооружения 60°; скорость 1 м/с)**

На рисунке 8 приведена оценка влияния толщины льда на горизонтальную нагрузку на сооружение. Видно, что с увеличением толщины льда пики нагрузки увеличиваются. Сопоставление средних значений рассчитанных пиков нагрузок с нагрузками, определенными по Краосдейлу, приведено на рисунке 9. Как и ранее, согласование приемлемое.



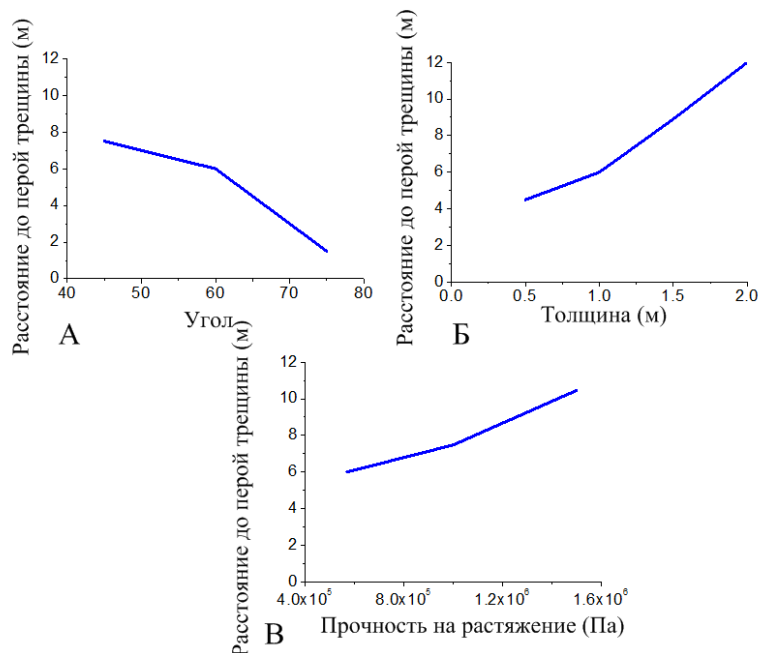
**Рисунок 9. Сравнение средних значений пиков горизонтальных нагрузок с методом Краосдейла**

**Влияние угла наклона поверхности сооружения на воздействия  
(угол 45°, 60°, 75°)**



**Рисунок 10. Влияние угла наклона сооружения на горизонтальную нагрузку и сравнение средних значений пиков горизонтальных нагрузок с методом Кроасдейла (углы наклона сооружения – 45°, 60°, 75°; толщина льда 1 м; прочность льда при растяжении 0,57 МПа; скорость 1 м/с)**

Известно, что угол наклона поверхности сооружения является важным фактором при расчете нагрузки на сооружения. Это подтверждается результатами, приведенными на рисунке 10 (А, Б, В). Увеличение углов наклона поверхности сооружения приводит к существенному возрастанию горизонтальной нагрузки. Одновременно тип разрушения льда изменяется от изгиба к сжатию. Сопоставление средних значений пиков горизонтальных нагрузок с решением Кроасдейла, приведенное на рисунке 11Г, дает удовлетворительные результаты.



**Рисунок 11. Влияние разных факторов на длину первого отколовшегося куска льда (А – толщина льда 1 м; прочность льда на растяжение 0,57 МПа; скорость 1 м/с; Б – прочность льда на растяжение 0,57 МПа; угол наклона поверхности сооружения 60°; скорость 1 м/с; В – угол наклона поверхности сооружения 60°; толщина льда 1 м; скорость 1 м/с)**

### *Длина первого отколовшегося куска льда*

Под этой величиной понимается расстояние от сооружения до первой окружной трещины. Реальный первый кусок на поверхности сооружения будет меньше из-за появления вторичных трещин в процессе взаимодействия. Оценка этого параметра может оказаться полезной при определении характера изменения нагрузки во времени. Значения этой длины в зависимости от угла наклона поверхности сооружения, толщины льда и прочности на растяжение приведены на рисунке 11.

### **Заключение**

Применяемые в настоящее время методы расчета нагрузок на наклонные поверхности сооружений основаны на двумерных статических решениях. Основной задачей настоящего исследования являлась оценка влияния на расчетные методики:

- трехмерности явления взаимодействия сооружения со льдом,
- влияния динамичности процесса взаимодействия, зависимости нагрузок от основных влияющих факторов.

В результате исследований установлено следующее.

1. Картина разрушения льда и прочие качественные характеристики процесса взаимодействия льда и сооружения при использовании комплекса ANSYS совпадают с результатами наблюдений в натуральных условиях и на моделях.

2. Погонные нагрузки, соответствующие малой ширине сооружения, когда проявляется существенное влияние трехмерности явления, значительно превышают погонные нагрузки двумерного решения. Ориентировочно двумерное решение может применяться для сооружений шириной более 30–40 м.

3. Динамичность процесса взаимодействия проявляется в виде пиков нагрузки. Эти пики очень кратковременны, но существенно превышают статические оценки. В то же время среднее значение пиков достаточно хорошо совпадает со статическим решением. Это говорит о том, что динамическое решение должно применяться при расчетах податливых сооружений, когда есть вероятность возникновения вибрации сооружений и резонанса. В остальных случаях статическое решение приемлемо. Вместе с тем уровень нагрузки тоже должен зависеть от скорости движения льда. Это является следующей задачей исследований.

4. На некоторых частных примерах показана связь нагрузок с основными параметрами, определяющими процесс.

### **Литература**

1. Frederking R.M. Dynamic ice forces on an Inclined Structures // Physics and Mechanics of Ice IUTAM Symposium. 1980. Pp. 104–116.
2. Frederking R., Timco G.W. Quantitative Analysis of Ice Sheet Failure Against an Inclined Plane // Journal of Energy Resources Technology. 1985. Vol. 107. Pp. 381–387.
3. Maattanen U. Ice Sheet Failure against an Inclined Wall // 8th IAHR Ice Symposium. 1986. Vol. 1. Pp.149–158.
4. Croasdale K.R., Cammaert A.B. An Improved Method for the Calculation of Ice Loads on Sloping Structures in First Year Ice // Proceedings of 1st RAO Conference. 1993. Pp. 161–168.
5. Ralston T.D. Ice Force Design Considerations for Conical Offshore Structures // Proceedings of International Conference on Port and Ocean Engineering under Arctic Conditions. 1977. Vol. 2. Pp. 741–752.
6. Nevel D.E. Comparison between theory and measurements for ice sheet on conical structures // Hydrotechnical Constuction. 1994. Vol. 28. Pp. 169–173.
7. Dempsy J.P., Colin Fox, Palmer A.C. Ice-slope interaction: Transition in Failure Mode // Proceedings of the OMAE Conference. 1999. Newfoundland, Canada. Pp 1–6.
8. Lau M. A Three Dimensional Discrete elements Simulation of ice sheet interacting a 60°structure // Proceedings of the POAC Conference. 2001. Vol. 1. Pp. 431–440.
9. Paavilainen J., Tuhkuri J., Polojarvi A. 2D numerical simulations of ice rubble formation process against an inclined structure // Cold Regions Science and Technology. 2011. Vol. 68. Pp. 20–34.



10. Paavilainen J., Tuhkuri J., Polojarvi A. Discrete Element Simulation of Ice Pile-up against an Inclined Structure // 18th IAHR International Symposium on Ice, Sapporo, Japan. Pp. 177–184.
11. Lindholm J.E., Makela K., Zheng C. B. Structure-Ice Interaction for a Bohai Bay Oil Production Project // Proceedings of 3 International Offshore and Polar Engineering Conference. 1993. Pp. 538–547.
12. Saeki H., Ono T., Ozaki A. Experimental Study on Forces on a Cone-Shaped and an Inclined Pile Structures // Proceedings of International Conference on Port and Ocean Engineering under Arctic Conditions. 1979. Vol. 2. Pp. 1081–1095.
13. Ли Лян, Шхинек К.Н. Предельная несущая способность ледяных балок // Инженерно-строительный журнал. 2013. № 1(36). С. 65–74.
14. Shkhinek K.N., Kapustiansky S.M., Blagovidov L.B. Ice loads onto Sloping Structures // Proceedings of the POLARTECH conference. Workshop D. Pp. 171–178.
15. Croasdale K.R. Ice rubbing and ice interaction with offshore facilities // Cold Regions Science and Technology. 2012. Vol. 76–77. Pp.37–43.
16. McKenna R. [et al]. Ice encroachment in the North Caspian Sea // Proceedings of International Conference in Port and Ocean Engineering under Arctic Conditions 2011. Montreal, Canada.
17. ISO/FDIS 19906:2010(E). Petroleum and natural gas industries – Arctic offshore structures. Final draft.
18. Kim E. Comparison of the Croasdale's and Ralston's Methods of loads in Slopping Structures Calculation. Report. St-Petersburg Polytechnic University. 22 p.
19. Matskevitch D.G., Shkhinek K.N., Ice Action onto Multi legged Structures due to Change of Water Level // International Journal of Offshore and Polar Engineering. 1992. No. 3. Pp. 222–227.
20. Matskevitch D. G., Shkhinek K. N., Computer-based Simulation of the Ice Fracture Near a Vertical Pile // International Journal of Offshore and Polar Engineering. 1992. No. 2. Pp. 123–128.
21. Shkhinek K., Uvarova E. Dynamics of the Ice Sheet Interaction with the Sloping Structure // Proceedings of International Conference. on Port and Ocean Engineering under Arctic Conditions. 2001. Vol. 2. Pp. 639–648.
22. Kim H., Kedward K.T. Modeling Hail Ice Impacts and Predicting Impact Damage Initiation in Composite Structures // AIAA Journal. 2000. Vol. 38. No. 7. Pp. 1278–1288.
23. Li F., Yue Q. J. Failure Mode Effect on Conical Structure Dynamic Ice Forces // Proceedings of International Conference on Port and Ocean Engineering under Arctic Conditions. 2007. Vol. 1. Pp. 113–121.
24. Yu B. J., Wu W. H., Yue Q. J. Numerical Simulation of Dynamic Ice Force on Conical Structure // Proceedings of International Conference on Port and Ocean Engineering under Arctic Conditions. 2007. Vol. 1. Pp. 277–285.
25. Илюшкин М.В. Моделирование процессов обработки металлов давлением в программе ANSYS/LS-DYNA. Ульяновск: УлГУ, 2012. 91 с.
26. Лосет С., Шхинек К. Н., Гудместад О., Хойланд К. Воздействие льда на морские и береговые сооружения. СПб.: Лань, 2010. 272 с.

*Ли Лян, Санкт-Петербург, Россия  
Тел. моб.: +7(921)9499683; эл. почта: hitliliang@gmail.com*

*Карл Натанович Шхинек, Санкт-Петербург, Россия  
Тел. моб.: +7(921)9499683; эл. почта: karl-1303@mail.ru*

© Ли Лян, Шхинек К.Н., 2014

doi: 10.5862/MCE.45.8

## Dynamic Interaction between Ice and Inclined Structure

**Li Liang***Saint-Petersburg State Polytechnical University, Saint-Petersburg, Russia*  
+7(921)949-96-83; e-mail: hitliliang@gmail.com**K.N. Shkhinek***Saint-Petersburg State Polytechnical University, Saint-Petersburg, Russia*  
+7(921)949-96-83; e-mail: karl-1303@mail.ru

### Key words

structure width; ice load; ice pile; sloping hydraulic structure; ANSYS

### Abstract

Ice action on sloping structures is examined in this paper. This problem was considered many times before but, generally, only quasi static and 2D solutions were taken into consideration. In particular, these assumptions are proposed in widely used Croasdale's solution for sloping structures. Some improvements of the 2D solution suggested by Croasdale cannot take into account all peculiarities of the 3D phenomenon.

The numerical investigation of the problem based on the program ANSYS is used in this paper. The following topics are considered: a) what is the difference of maximum ice loads in 3D and 2D solutions; b) how does dynamicity of the ice/structure interaction process influence on the loads; c) how does the ice load depend on the main factors – ice strength, ice thickness and the structural slope angle.

### References

1. Frederking R.M. Dynamic ice forces on an Inclined Structures. *Physics and Mechanics of Ice IUTAM Symposium*. 1980. Pp. 104–116.
2. Frederking R., Timco G.W. Quantitative Analysis of Ice Sheet Failure Against an Inclined Plane. *Journal of Energy Resources Technology*. 1985. Vol. 107. Pp. 381–387.
3. Maattanen U. Ice Sheet Failure against an Inclined Wall. *8th IAHR Ice Symposium*. 1986. Vol. 1. Pp. 149–158.
4. Croasdale K.R., Cammaert A.B. An Improved Method for the Calculation of Ice Loads on Sloping Structures in First Year Ice. *Proceedings of 1st RAO Conference*. 1993. Pp. 161–168.
5. Ralston T.D. Ice Force Design Considerations for Conical Offshore Structures. *Proceedings of International Conference on Port and Ocean Engineering under Arctic Conditions*. 1977. Vol. 2. Pp. 741–752.
6. Nevel D.E. Comparison between theory and measurements for ice sheet on conical structures. *Hydrotechnical Constuction*. 1994. Vol. 28. Pp. 169–173.
7. Dempsey J.P., Colin Fox, Palmer A.C. Ice-slope interaction: Transition in Failure Mode. *Proceedings of the OMAE Conference*. 1999. Newfoundland, Canada. Pp 1–6.
8. Lau M. A Three Dimensional Discrete elements Simulation of ice sheet interacting a 60°structure. *Proceedings of the POAC Conference*. 2001. Vol. 1. Pp. 431–440.
9. Paavilainen J., Tuhkuri J., Polojarvi A. 2D numerical simulations of ice rubble formation process against an inclined structure. *Cold Regions Science and Technology*. 2011. Vol. 68. Pp.20–34.
10. Paavilainen J., Tuhkuri J., Polojarvi A. Discrete Element Simulation of Ice Pile-up against an Inclined Structure. *18th IAHR International Symposium in Ice*. 2006. Vol. 1. Pp. 177–184.
11. Lindholm J.E., Makela K., Zheng C.B. Structure-Ice Interaction for a Bohai Bay Oil Production Project. *Proceedings of 3 International Offshore and Polar Engineering Conference*. 1993. Pp. 538–547.
12. Saeki H., Ono T., Ozaki A. Experimental Study on Forces on a Cone-Shaped and an Inclined Pile Structures. *Proceedings of International Conference on Port and Ocean Engineering under Arctic Conditions*. 1979. Vol. 2. Pp. 1081–1095.
13. Li Liang, Shkhinek K.N. *Magazine of Civil Engineering*. 2013. No. 1(36). Pp. 65–74. (rus)
14. Shkhinek K.N., Kapustiansky S.M., Blagovidov L.B. Ice loads onto Sloping Structures. *Proceedings of the POLARTECH conference*. Workshop D. Pp. 171–178.

15. Croasdale K.R. Ice rubbing and ice interaction with offshore facilities. *Cold Regions Science and Technology*. 2012. Vol. 76–77. Pp.37–43.
16. McKenna R. [et al]. Ice encroachment in the North Caspian Sea. *Proceedings of International Conference on Port and Ocean Engineering under Arctic Conditions 2011*. July. 2011. Montreal. Canada.
17. ISO/FDIS 19906:2010(E). Petroleum and natural gas industries – Arctic offshore structures. Final draft.
18. Kim E. *Comparison of the Croasdale's and Ralston's Methods of loads in Sloping Structures Calculation*. Report. St-Petersburg Polytechnic University. 22 p.
19. Matskevitch D.G., Shkhinek K.N. Ice Action onto Multi legged Structures due to Change of Water Level. *International Journal of Offshore and Polar Engineering*. 1992. No.3. Pp. 222–227.
20. Matskevitch D.G., Shkhinek K.N., Computer-based Simulation of the Ice Fracture Near a Vertical Pile. *International Journal of Offshore and Polar Engineering*. 1992. No.2. Pp. 123–128.
21. Shkhinek K., Uvarova E. Dynamics of the Ice Sheet Interaction with the Sloping Structure. *Proceedings of International Conference on Port and Ocean Engineering under Arctic Conditions*. 2001. Vol. 2. Pp. 639–648.
22. Kim H., Kedward K.T. Modeling Hail Ice Impacts and Predicting Impact Damage Initiation in Composite Structures. *AIAA Journal*. 2000. Vol. 38. No. 7. Pp. 1278–1288.
23. Li F., Yue Q.J. Failure Mode Effect on Conical Structure Dynamic Ice Forces. *Proceedings of International Conference on Port and Ocean Engineering under Arctic Conditions*. 2007. Vol. 1. Pp. 113–121.
24. Yu B. J., Wu W. H., Yue Q. J. Numerical Simulation of Dynamic Ice Force on Conical Structure. *Proceedings of International Conference on Port and Ocean Engineering under Arctic Conditions*. 2007. Vol. 1. Pp. 277–285.
25. Ilyushkin M.V. *Modelirovaniye protsessov obrabotki metallov davleniyem v programme ANSYS/LS-DYNA* [Modeling of processes of metal forming in software ANSYS/LS-DYNA]. Ulyanovsk: UIGU, 2012. 91 p. (rus)
26. Loset S., Shkhinek K.N., Gudmestad O., Khoyland K. *Vozdeystviye lda na morskkiye i beregovyye sooruzheniya* [The impact of of ice on marine and coastal structures]. Saint-Petersburg: Lan, 2010. 272 p. (rus)

**Full text of this article in Russian: pp. 71–79**