Гидравлический расчет напорных трубопроводов

Д.т.н., профессор М. А. Михалев*
ФГБОУ ВПО Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

Ключевые слова: напорный трубопровод; гидравлический расчет; физическое моделирование; числа и критерии подобия; комбинации чисел подобия; критериальные уравнения; законы сопротивленя

В настоящее время учебная и научная литература описывает только один метод гидравлического расчета напорных трубопроводов, который можно назвать классическим [1–9]. В нем изначально считаются заданными скорость течения жидкости и диаметр трубопровода. Зависимость коэффициента гидравлического трения в неявном виде рассматривается в виде функции от числа Рейнольдса, относительной шероховатости и формы поперечного сечения трубопровода. Как правило, обоснование такого подхода отсутствует. Попытка привести его, содержащаяся в литературных источниках, посвященных физическому моделированию явления, представляется неполной [10–13]. Кроме того, в практических расчетах могут встретиться такие случаи, в которых изначально задаваемая информация не соответствует принятой в классической задаче. Сегодня в таких случаях приходится прибегать к поиску решения подобных задач методом последовательного приближения. Покажем, что в большинстве случаев в этом нет никакой необходимости, если рассматривать подобного рода задачи, строго руководствуясь современными методами физического моделирования гидравлических явлений [14].

Рассмотрим вначале задачу в классической постановке. В ней задан диаметр трубопровода D, скорость течения жидкости в нем U, плотность и вязкость жидкости ρ и ν, абсолютная высота выступов шероховатости внутренней поверхности трубы Δ. Нужно найти перепад давления Δp на участке трубопровода, длина которого l. Принимаем, что на этом участке труба имеет постоянное поперечное сечение, следовательно, при стационарном течении движение жидкости в ней равномерное. Запишем условие равномерного течения, которое изначально задано, ниже будем его называть интегральным условием движения. При стационарном равномерном движении сила давления, обусловленная перепадом давления (активная сила), уравновешивается силой сопротивления трения внутренней поверхности трубы:

$$\Delta p \omega = \tau_0 l \chi, \quad \Delta p = \tau_0 \frac{l}{R}, \tag{1}$$

где ω и χ – площадь поперечного сечения трубы и ее смоченный периметр, $R = \frac{D}{4}$ – гидравлический радиус, τ_0 – касательное напряжение силы трения, приложенной к внутренней поверхности трубы. Оно принимается пропорциональным кинетической энергии потока, коэффициент пропорциональности λ_0 называется коэффициентом гидравлического трения:

$$\tau_0 = \lambda_0 \rho \frac{U^2}{2}. \tag{2}$$

Подставляя (2) в (1), получим формулу равномерного движения жидкости в трубе:

$$\Delta p = \lambda_0 \rho \frac{U^2}{2} \frac{l}{R}. \tag{3}$$

Однако исторически сложилось так, что в практических расчетах используется другая зависимость, называемая формулой Дарси-Вейсбаха:

$$\Delta p = \lambda_0 \rho \frac{U^2}{2} \frac{l}{D}. \tag{4}$$

Формула (4) не соответствует условию равномерного движения, и расчеты по ней при прочих равных условиях дают величину коэффициента гидравлического трения, в четыре раза превышающую ту же величину, которую можно получить по формуле (3).

Произведем в формуле (4) преобразования, используя следующие обозначения: $\frac{\Delta p}{\rho g}=\Delta H_p$; $J_p=\frac{\Delta H_p}{l}$, где ΔH_p – перепад пьезометрической высоты, J_p – уклон пьезометрической линии. С учетом этих преобразований вместо (4) придем к следующей зависимости:

$$J_p=\lambda_0\frac{U^2}{2gD},$$

которая легко преобразуется в формулу Шези для напорного потока:

$$U=\sqrt{\frac{8g}{\lambda_0}RJ_p}\,. \qquad (5)$$

Рассматриваемое явление определяется тремя числами подобия: Рейнольдса, Эйлера и Фруда. Число Рейнольдса в нем является критерием подобия, так как в него входят характерные величины, которые по условию задачи заранее известны: $\mathrm{Re}=\frac{UR}{\nu}$. Число Эйлера не является критерием подобия, поскольку входящий в него характерный перепад давления $\Delta\overline{p}$ заранее не известен: $\mathrm{Eu}=\frac{\Delta\overline{p}}{\rho U^2}$. Характерная величина не зависит от координат и времени, поэтому перепад давления, определяемый формулой (4), не является характерным, так как он зависит от длины l выбранного участка трубопровода. Выберем в качестве характерного перепад давления на длине трубопровода, равной гидравлическому радиусу $l=R$, в таком случае из зависимости (4) получим:

$$\Delta\overline{p}=\frac{\lambda_0}{8}\rho U^2. \qquad (6)$$

Если подставить выражение (6) в зависимость, определяющую число Эйлера, придем к следующему результату, из которого следует, что число Эйлера отличается от коэффициента гидравлического трения на постоянную:

$$\mathrm{Eu}=\frac{\lambda_0}{8}. \qquad (7)$$

Как и любое другое, число подобия Фруда представляет собой безразмерную комбинацию из характерных величин, одинаковую для двух подобных явлений. Если для получения чисел подобия использовать метод Ньютона равенства отношения сходственных сил в двух подобных явлениях, то число Фруда получается в том случае, когда берут отношение силы инерции к силе тяжести. В рассматриваемой задаче течение в трубе реализуется с помощью механического движителя жидкости (насоса) за счет создаваемой им силы давления, равной перепаду давления на длине трубы l, умноженному на площадь ее поперечного сечения ω. С тем, чтобы вычислить число Фруда, необходимо силу давления, действующую в напорном потоке, заменить активной силой, действующей в безнапорном эквивалентном потоке. Эквивалентным будем называть такой безнапорный поток, в котором площадь поперечного сечения, средняя скорость течения и длина совпадают с аналогичными параметрами в напорном потоке. Кроме того, уклон свободной поверхности безнапорного потока принимается равным уклону пьезометрической линии в напорном потоке. При такой замене перепад пьезометрической высоты в напорном потоке на длине трубы l будет равен перепаду уровня свободной поверхности жидкости на той же длине в безнапорном потоке ΔH_c:

$$\Delta H_p=\Delta H_c. \qquad (8)$$

Умножим левую и правую части зависимости (8) на $\rho g \omega$, учтем, что $\Delta H_c = lJ_p$, в результате придем к следующим выражениям:

$$\rho g \Delta H_p \omega = g \rho l \omega J_p; \quad \Delta p \omega = F_g J_p, \tag{9}$$

где F_g – сила тяжести, приложенная к жидкости, находящейся в отрезке трубы длиною l с площадью поперечного сечения ω; $F_g J_p$ – проекция силы тяжести на ось эквивалентного открытого потока (активная составляющая силы тяжести, приводящая жидкость в движение). Это означает, что в число Фруда вместо ускорения силы тяжести g должна войти его активная составляющая, равная проекции ускорения на ось безнапорного потока – gJ_p, следовательно: $\mathrm{Fr} = \frac{U^2}{gJ_p R}$. Следует отметить, что при замене напорного потока эквивалентным безнапорным положение оси напорного потока в вертикальной плоскости может быть любым.

Таким образом, явление определяется тремя числами подобия: Рейнольдса, Эйлера и Фруда, среди них только один критерий – это число Рейнольдса. Но между числами подобия есть явные связи, которые можно обнаружить, используя интегральное условие движения. В качестве такого возьмем уравнение Шези для напорного потока (5) и приведем его к безразмерному виду:

$$\frac{U^2}{gJ_p R} = \mathrm{Fr} = \frac{8}{\lambda_0} = \frac{1}{\mathrm{Eu}}. \tag{10}$$

Из зависимости (10) следует, что в неявном уравнении связи между числами и критериями подобия число Фруда можно заменить числом Эйлера. Классическое критериальное уравнение связи между оставшимися числом и критерием подобия запишется в таком виде (принимая во внимание необходимость соблюдения геометрического подобия явлений движения жидкости по напорным трубопроводам):

$$\lambda_0 = f(\mathrm{Re}, \frac{\Delta}{R}, \Phi), \tag{11}$$

где Φ – параметр, учитывающий форму трубы (его можно опустить, если речь идет о трубах одинаковой формы поперечного сечения).

В настоящее время задача в классической постановке оказалась наиболее подробно и широко исследована экспериментально. Зависимости, соответствующие критериальному уравнению (11), называемые законами сопротивления, получены по результатам физических экспериментов для каждого режима движения жидкости. Так в области ламинарного режима движения закон сопротивления, которому присвоено имя Пуазейля, выражается формулой:

$$\lambda_0 = \frac{16}{\mathrm{Re}}. \tag{12}$$

В зоне гидравлически гладкого русла области турбулентного режима движения среди прочих, наиболее широко используемых в практических расчетах, является закон сопротивления Прандтля [15,16]. Однако в его формулу коэффициент гидравлического трения входит в неявном виде:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_0}} = 2{,}0\lg(\mathrm{Re}\sqrt{\lambda_0}) + 0{,}4. \tag{13}$$

В зоне переходной Колбрук и Уайт [17] предложили для закона сопротивления следующую формулу:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_0}} = 1{,}74 - 2{,}0\lg(\frac{\Delta}{r} + \frac{4{,}68}{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda_0}}), \tag{14}$$

в которой $r=\dfrac{D}{2}$ – радиус внутреннего сечения трубы.

В зоне квадратичного сопротивления турбулентной области движения закон сопротивления выражается формулой:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_0}}=2{,}0\lg\frac{r}{\Delta}+1{,}74\ . \qquad (15)$$

Можно видеть, что при $r\to 0$ формула (14) превращается в (13), в то время как при $\mathrm{Re}\to\infty$ – в формулу (15).

В практических расчетах могут встретиться другие случаи, с иной трактовкой исходных данных. Например, в практике гидравлических расчетов напорных трубопроводов, принятой в проектных организациях, часто к напору, необходимому для преодоления геометрической высоты, прибавляют произвольно выбранный перепад пьезометрической линии, необходимый для преодоления сил трения. Тем самым выбирают уклон пьезометрической линии и один из параметров, определяющих выбор насоса, – напор. Далее, выбрав по сортаметру подходящий диаметр трубопровода, расчетом находят скорость течения жидкости в трубе и второй параметр, определяющий выбор насоса, – расход.

Сформулируем задачу 2, в которой заданы: перепад давления Δp на участке трубы длиною l (или перепад пьезометрической высоты ΔH_p) , плотность и вязкость жидкости ρ и ν, абсолютная высота выступов шероховатости внутренней поверхности трубы Δ и диаметр трубы D. Необходимо найти скорость течения U и расход жидкости Q. Опуская доказательства, сделанные в первой задаче, приходим к выводу, что явление определяют два числа подобия: Рейнольдса и Фруда, среди которых нет критериев, поскольку скорость течения заранее не известна. В соответствии с [14] найдем критерий подобия, комбинируя числа подобия таким образом, чтобы вновь полученное число подобия не содержало скорость течения. В данной задаче возведем число Рейнольдса в квадрат и разделим на число Фруда. В результате получим:

$$\frac{\mathrm{Re}^2}{\mathrm{Fr}}=\frac{gR^3}{\nu^2}J_p=\mathrm{Ar}\,. \qquad (16)$$

Полученная безразмерная комбинация характерных величин называется числом Архимеда (в рассматриваемой задаче критерий). В соответствии с принципом комбинирования чисел подобия в случае двух чисел подобия одно из них можно заменить комбинацией. Заменим число Рейнольдса, в свою очередь, учитывая интегральное условие движения, число Фруда можно заменить числом Эйлера, а его – коэффициентом гидравлического трения. В таком случае вместо критериального уравнения (11) получим следующее:

$$\lambda_0=\varphi(\mathrm{Ar},\frac{\Delta}{R},\Phi)\,. \qquad (17)$$

Для нахождения законов сопротивления в зависимости от вновь полученного критерия подобия проводить новые эксперименты на физических моделях нет необходимости, нужно просто сделать пересчеты, используя соответствующие формулы для законов сопротивления, приведенные ранее в первой задаче. Для этого нужно поступить следующим образом. Используя зависимость (16), найдем связь между числами Рейнольдса и Архимеда:

$$\mathrm{Re}^2=\mathrm{Fr}\,\mathrm{Ar}=\frac{\mathrm{Ar}}{\mathrm{Eu}}=\frac{8}{\lambda_0}\mathrm{Ar}\ . \qquad (18)$$

Далее, учитывая формулу (18), можно получить законы сопротивления, соответствующие критериальному уравнению (17).

Так, в области ламинарного режима течения имеем:

$$\lambda_0=\frac{32}{\mathrm{Ar}}\,. \qquad (19)$$

Закон сопротивления Прандтля в зоне гидравлически гладкого русла, согласно уравнению (17), оказался выраженным в явном виде:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_0}}=2{,}0\lg(\sqrt{\mathrm{Ar}})+1{,}31\,. \tag{20}$$

К аналогичному выводу приходим, анализируя зависимость, полученную после преобразования формулы Колбрука-Уайта:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_0}}=1{,}74-2{,}0\lg\left(\frac{\Delta}{r}+\frac{1{,}65}{\sqrt{\mathrm{Ar}}}\right). \tag{21}$$

В зоне квадратичного сопротивления области турбулентного движения закон сопротивления, естественно, остается неизменным, который определяет формула (15). После определения величины коэффициента гидравлического трения скорость течения находится из формулы (4).

Обратимся теперь к задаче 3, которая от задачи 2 отличается тем, что в ней задана скорость течения жидкости в трубопроводе, но не известен диаметр трубы. В практических расчетах подобный случай может встретиться тогда, когда величина скорости движения жидкости в трубопроводе должны превышать некоторое предельное значение. Например, при трубопроводном транспорте пульпы скорость течения ее в трубе должна быть больше незаиляющей. В противном случае в трубе появится осадок, а на его поверхности – русловые формы в виде рифелей или гряд, которые резко увеличат сопротивление движению пульпы.

Сформулируем задачу 3, в которой заданы: перепад давления Δp на участке трубы длиною l, плотность и вязкость жидкости ρ и ν, абсолютная высота выступов шероховатости внутренней поверхности трубы Δ и скорость течения U. Необходимо найти диаметр трубы D и расход жидкости Q. В этой задаче, как и в предыдущей, среди двух чисел подобия, определяющих явление, нет критериев. Получим критерий подобия, перемножив числа Фруда и Рейнольдса, тогда новое число подобия не будет содержать диаметр трубы; оно называется числом (в нашей задаче критерием) Келегана:

$$\mathrm{Fr}\mathrm{Re}=\frac{U^3}{g\nu J_p}=\mathrm{Ke}\,. \tag{22}$$

Заменим число Рейнольдса критерием Келегана. Далее, учитывая интегральное условие движения, число Фруда можно заменить числом Эйлера, а его – коэффициентом гидравлического трения. В таком случае вместо критериальных уравнений (11) и (17) получим следующее:

$$\lambda_0=\phi\left(\mathrm{Ke},\frac{\Delta}{R},\Phi\right). \tag{23}$$

Из зависимости (22) находим связь между числами Рейнольдса и Келегана:

$$\mathrm{Re}=\frac{\mathrm{Ke}}{\mathrm{Fr}}=\mathrm{Eu}\,\mathrm{Ke}=\frac{\lambda_0}{8}\mathrm{Ke}\,. \tag{24}$$

Далее, используя зависимость (24), получим законы сопротивления, соответствующие критериальному уравнению (23). В области ламинарного режима течения находим:

$$\lambda_0=\sqrt{\frac{128}{\mathrm{Ke}}}\,. \tag{25}$$

Закон сопротивления Прандтля в зоне гидравлически гладкого русла турбулентной области движения, согласно уравнению (23), оказался, как в задаче 1, выраженным в неявном виде:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_0}}=2{,}0\lg(\lambda_0^{3/2}\,\mathrm{Ke})-1{,}41\,. \tag{26}$$

В этой задаче относительная шероховатость (или обратная ей, называемая относительной гладкостью) заранее не известна, поскольку не задан внутренний размер трубы. Выразим эти величины через критерии подобия, используя зависимость (24):

$$\mathrm{Re}=\frac{UR}{\nu}=\mathrm{Eu}\,\mathrm{Ke};\quad \frac{\mathrm{r}}{\Delta}=\frac{2\mathrm{Eu}}{\mathrm{Re}_{\Delta}}\mathrm{Ke};\quad \mathrm{Re}_{\Delta}=\frac{U\Delta}{\nu}\ . \tag{27}$$

Здесь Re_{Δ} – критерий Рейнольдса, в котором в качестве характерного линейного размера принята абсолютная высота выступов шероховатости внутренней поверхности трубопровода. Заметим также, что число Эйлера в этой задаче является критерием подобия. Используя вторую формулу в (27), произведем подстановку в зависимость (15), получим:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_0}}=2{,}0\lg\left(\frac{\mathrm{Eu}}{\mathrm{Re}_{\Delta}}\mathrm{Ke}\right)+2{,}34\,. \tag{28}$$

Соответственно произойдут изменения и в формуле Колбрука-Уайта:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_0}}=2{,}34-2{,}0\lg\left(\frac{\mathrm{Re}_{\Delta}}{\mathrm{Eu}\,\mathrm{Ke}}+\frac{74{,}88}{\lambda_0^{3/2}\mathrm{Ke}}\right). \tag{29}$$

Обратимся к решению задачи 4, которая отличается от задачи 3 тем, что в ней известны напор и расход жидкости, а диаметр трубы не задан. Но характерный линейный размер входит в рассмотренные выше, так называемые, логарифмические законы сопротивления в области турбулентного режима движения. Это создает трудности при получении новых чисел подобия, поэтому в приведенных ниже расчетах будут использованы степенные законы сопротивления, которые существуют в этой области наряду с логарифмическими. Приведем эти законы в классической задаче 1.

В зоне гидравлически гладкого русла степенной закон сопротивления носит имя Блазиуса:

$$\lambda_0=\frac{0{,}224}{\mathrm{Re}^{0{,}25}}\ . \tag{30}$$

В [18] приводится следующая формула степенного закона сопротивления в квадратичной зоне турбулентной области движения:

$$\lambda_0=0{,}0925\left(\frac{\Delta}{r}\right)^{0{,}25}. \tag{31}$$

В том же литературном источнике дана степенная формула для коэффициента гидравлического трения в переходной зоне:

$$\lambda_0=0{,}0925\left(\frac{\Delta}{r}+\frac{34}{\mathrm{Re}}\right)^{0{,}25}. \tag{32}$$

Найдем степенные законы сопротивления во второй задаче, используя связь между числами подобия (18).

В зоне гидравлически гладкого русла имеем:

$$\mathrm{Re}^{0{,}25}=\left(\frac{8}{\lambda_0}\mathrm{Ar}\right)^{0{,}125};\quad \lambda_0=\frac{0{,}224\,\lambda_0^{0{,}125}}{(8\mathrm{Ar})^{0{,}125}};\quad \lambda_0^{8}=\frac{(0{,}224)^{8}\lambda_0}{8\mathrm{Ar}}\ .$$

С учетом этих результатов после преобразований получим:

$$\lambda_0=\frac{0{,}134}{\mathrm{Ar}^{1/7}}\ . \tag{33}$$

В зоне переходной, используя зависимости (18) и (32), найдем, произведя необходимые преобразования, следующую зависимость:

$$\lambda_0 = 0{,}0925\,(\frac{\Delta}{r} + \frac{12{,}02\,\lambda_0^{0,5}}{\mathrm{Ar}^{0,5}})^{0,25}. \quad (34)$$

Сформулируем задачу 4, в которой заданы: перепад давления Δp на участке трубы длиною l (следовательно, и уклон пьезометрической линии J_p), плотность и вязкость жидкости ρ и ν , абсолютная высота выступов шероховатости внутренней поверхности трубы Δ и расход жидкости Q . Необходимо найти диаметр трубы D и скорость течения U . Среди двух чисел подобия Рейнольдса и Фруда нет критериев, так как скорость течения и диаметр трубы заранее не известны. Задача заключается в том, чтобы составить такую комбинацию указанных чисел подобия, которая эти параметры не содержит. Прежде всего, выразим неизвестную скорость течения, входящую в числа подобия, через заданный расход жидкости:

$$\mathrm{Re} = \frac{UR}{\nu} = \frac{Q}{2\pi r\nu}; \quad \mathrm{Fr} = \frac{U^2}{gRJ_p} = \frac{2Q^2}{g\pi^2 r^5 J_p}.$$

С тем, чтобы исключить в этих формулах неизвестный радиус трубы, поступим следующим образом:

$$\frac{\mathrm{Re}^5}{\mathrm{Fr}} = \mathrm{ArRe}^3 = \frac{Q^3 g J_p}{64\pi^3\nu^5} = \mathrm{M}_\nu,$$

где $\mathrm{M}_\nu = \mathrm{ArRe}^3$ – новый критерий подобия.

В области ламинарного режима движения имеем два закона сопротивления, определяемые формулами (12) и (19). Отсюда получим:

$$\lambda_0^4 = \frac{32}{\mathrm{Ar}}\frac{16^3}{\mathrm{Re}^3} = \frac{2\cdot 16^4}{\mathrm{M}_\nu}; \quad \lambda_0 = \frac{2^{0,25}\cdot 16}{\mathrm{M}_\nu^{0,25}} = \frac{19{,}03}{\mathrm{M}_\nu^{0,25}}.$$

В зоне гидравлически гладкого русла степенные законы сопротивления выражаются формулами (30) и (33). Учитывая их, найдем:

$$\lambda_0^{12} = \frac{(0{,}224)^{12}}{\mathrm{Re}^3}; \quad \lambda_0^7 = \frac{(0{,}134)^7}{\mathrm{Ar}}; \quad \lambda_0^{19} = \frac{(0{,}224)^{12}(0{,}134)^7}{\mathrm{Re}^3\mathrm{Ar}}.$$

Отсюда после преобразований имеем:

$$\lambda_0 = \frac{0{,}185}{\mathrm{M}_\nu^{1/19}}. \quad (35)$$

Для того, чтобы найти закон сопротивления в зоне квадратичного сопротивления, нужно вначале определить величину относительной шероховатости. С этой целью воспользуемся формулой (8), определяющей величину числа Эйлера с учетом характерного перепада давления на характерной длине, равной гидравлическому радиусу:

$$\mathrm{Eu} = \frac{\lambda_0}{8} = \frac{\Delta\bar{p}}{\rho U^2} = \frac{g\Delta H_p}{U^2} = \frac{gJ_p\pi^2 r^4 r}{2Q^2}.$$

Отсюда имеем:

$$(\frac{\Delta}{r})^5 = \frac{4\pi^2 g J_p \Delta^5}{Q^2\lambda_0} = \frac{1}{\mathrm{M}_\Delta\lambda_0}, \quad (36)$$

где $\mathrm{M}_\Delta = \dfrac{Q^2}{4\pi^2 g J_p \Delta^5}$ – еще один новый критерий подобия.

С учетом зависимости (36) находим:

$$(\frac{\Delta}{r})^{5/20}=(\frac{\Delta}{r})^{0,25}=\frac{1}{\mathrm{M}_{\Delta}^{1/20}\,\lambda_0^{1/20}}; \quad \lambda_0^{21/20}=\frac{0,0925}{\mathrm{M}_{\Delta}^{1/20}} .$$

Отсюда после преобразований окончательно приходим к формуле:

$$\lambda_0=\frac{0,104}{\mathrm{M}_{\Delta}^{1/21}} . \tag{37}$$

Для получения степенного закона сопротивления в переходной зоне вначале сделаем подготовительные расчеты, используя соответствующие зависимости в виде (32) и (34):

$$\frac{1}{\mathrm{Re}^3}=\left\{\left[(\frac{\lambda_0}{0,0925})^4-\frac{\Delta}{r}\right]\frac{1}{34}\right\}^3; \quad \frac{1}{\mathrm{Ar}}=\left\{\left[(\frac{\lambda_0}{0,0925})^4-\frac{\Delta}{r}\right]\frac{1}{12,02}\right\}^2\frac{1}{\lambda_0} .$$

Следовательно:

$$\frac{1}{\mathrm{Re}^3\mathrm{Ar}}=\frac{1}{\mathrm{M}_{\nu}}=\left[(\frac{\lambda_0}{0,0925})^4-\frac{\Delta}{r}\right]^5\frac{1}{34^3\cdot 12,02^2\,\lambda_0} .$$

Далее, возвращаясь к первоначальной форме записи степенного закона сопротивления, используя для относительной шероховатости формулу (36), придем к закону сопротивленя в переходной области задачи 4:

$$\lambda_0=0,0925\left[\frac{22,43\,\lambda_0^{1/5}}{\mathrm{M}_{\nu}^{1/5}}+\frac{1}{(\mathrm{M}_{\Delta}\lambda_0)^{1/5}}\right]^{1/4} . \tag{38}$$

Легко показать, что при $\mathrm{M}_{\nu}\to\infty$ зависимость (38) превращается в (37), а при $\mathrm{M}_{\Delta}\to\infty$ – в (35). К сожалению, величину коэффициента гидравлического трения из формулы (38) можно определить только методом последовательного приближения.

Ограниченный объем статьи не позволил обосновать условия существования областей и зон движения жидкости в трубопроводе в разных задачах, рассмотренных выше. Но, тем не менее, в этих условиях можно рекомендовать метод, обычно используемый при решении задачи 1. Прежде всего, он заключается в определении динамической скорости потока $U_*=\sqrt{\frac{\lambda_0}{8}}U$, затем динамического числа Рейнольдса, в которое, кроме динамической скорости потока, в качестве характерного линейного размера входит абсолютная высота выступов шероховатости: $\mathrm{Re}_*=\frac{U_*\Delta}{\nu}$. Если окажется, что $\mathrm{Re}_*\le 3,0$, то это зона гидравлически гладкого русла; если $\mathrm{Re}_*\ge 70,0$, то это зона квадратичного сопротивления; зона переходная определяется условием $3,0<\mathrm{Re}_*<70,0$. Эти данные позволяют установить, правильно ли были определены законы сопротивления в практических расчетах. Если неправильно, то расчеты следует повторить, используя в них законы сопротивления, соответствующие зоне движения жидкости.

Выводы

В настоящее время существует только один метод гидравлического расчета напорных трубопроводов, в котором величина коэффициента гидравлического трения определяется в зависимости от критерия Рейнольдса и условий однозначности явлений, относящихся к одному классу. В статье этот метод составляет суть задачи 1 (классической).

В статье рассмотрены задачи с иной формулировкой, которые встречаются в практических расчетах.

1. Показано, что в этих условиях в зависимости от постановки задачи появляются новые критерии подобия, а вместе с ними − иные критериальные уравнения.
2. Доказано, что проводить физическое моделирование для определения законов сопротивления, соответствующих новым критериальным уравнениям, нет необходимости.
3. Учитывая связи между вновь полученными числами подобия и теми, которые используются при решении задачи 1, можно найти новые законы сопротивления способом простого пересчета. Этому способу, в основе которого лежит метод комбинации чисел подобия с целью получения критериев подобия, посвящена статья.

Литература

1. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1973. 904 с.
2. Schlichting H., Verlag G. Braun. Grenzschicht – Theorie. Karlsruhe, 1958. 603 p.
3. Prandtl L. Stromungslehre. Fried. Vieweg & Sohn. Braunschweig, 1957. 407 p.
4. Чугаев Р. Р. Гидравлика. Л.: Энергоиздат, Ленингр. отдел, 1982. 627 с.
5. Фабрикант Н. Я. Аэродинамика. М.: Наука, 1964. 814 с.
6. Емцев Б. Т. Техническая гидромеханика. М.: Машиностроение, 1987. 439 с.
7. Штеренлихт Д. В. Гидравлика: в 2-х кн. Кн. 1. М.: Энергоатомиздат, 1991. 351 с. Кн. 2. М.: Энергоатомиздат, 1991. 367 с.
8. Гиргидов А. Д. Техническая механика жидкости и газа. СПб.: Издат. СПбГТУ, 1999. 395 с.
9. Брянцева Ю. В., Остякова А. В. К вопросу об идентичности закономерностей сопротивления и течений в трубах и широких каналах // Межвузовский сборник научных трудов по гидротехническому и специальному строительству. М.: МГСУ, 2002. С. 20−26.
10. Седов Л. И. Методы теории размерности и подобия в механике. М.: Наука, 1970. 440 с.
11. Зегжда А. П. Теория подобия и методика расчета гидротехнических моделей. Л.–М.: Госстройиздат, 1938. 162 с.
12. Леви И. И. Моделирование гидравлических явлений. Л.: Энергия, 1967. 235 с.
13. Sharp J. Hydraulic modelling. Butterworths. London, 1981. 280 p.
14. Михалев М. А. Физическое моделирование гидравлических явлений: Учеб. пособие. СПб.: Издат. СПбГПУ, 2008. 443 с.
15. Prandtl L. Neuere Ergebnisse der Turbulenzforschung // VDI – Forsch. Berlin, 1933. Pp. 105–114.
16. Hahnemann H. W. Der Stromungswiderstand in Rohrleitungen und Leitungselementen // Forsch. Ing. Wes. Dusseldorf, 1950. Pp. 113-119.
17. Colebrook C. F., White C. M. Experiments with fluid friction in roughened pipes // Proc. Roy. Soc., Ser. A. London, 1937. Pp. 367-381.
18. Альтшуль А. Д. Гидравлические сопротивления: 2-е изд. перераб. и доп. М.: Недра, 1982. 224 с.

**Михаил Андреевич Михалев, Санкт-Петербург, Россия*
Тел. раб.: +7(812)535-46-10; эл. почта: mikhalev@cef.spbstu.ru

© Михалев М.А., 2012

doi: 10.5862/MCE.32.3

Hydraulic calculation of pressure pipes

M.A. Mikhalev,
Saint-Petersburg State Polytechnical University, Saint-Petersburg, Russia
+7(812)535-46-10; e-mail: mikhalev@cef.spbstu.ru

Key words

pressure pipes; hydraulic calculation; physical modeling; numbers of similarity; criteria of similarity; combinations of numbers of similarity; criteria equations; laws of resistance

Abstract

In the present time there is only one classic method for hydraulic calculation of pressure pipes. In it fluid flow velocity and pipeline diameter are considered as given values.

The paper proposes a procedure for physical modeling and hydraulic calculation of pressure pipes, based on the theory of similarity.

Methods for obtaining similarity criteria from combinations of similarity numbers were discussed. Similarity numbers and criteria and criteria equations were defined.

References

1. Loytsyanskiy L. G. *Mekhanika zhidkosti i gaza* [Mechanics of fluid and gas]. Moscow: Nauka, 1973. 904 p. (rus)
2. Schlichting H. *Grenzschicht –Theorie*. Verlag G. Braun. Karlsruhe. 1958. 603 p.
3. Prandtl L. *Stromungslehre. Fried.* Vieweg & Sohn. Braunschweig. 1957. 407 p.
4. Chugaev R. R. *Gidravlika* [Hydraulics]. Leningrad: Energoizdat, 1982. 627 p. (rus)
5. Fabrikant N. Ya. *Aerodinamika* [Aerodynamics]. Moscow: Nauka, 1964. 814 p. (rus)
6. Emtsev B. T. *Tekhnicheskaya gidromekhanika* [Technical hydromechanics]. Moscow: Mashinostroenie, 1987. 439 p. (rus)
7. Shterenlikht D. V. *Gidravlika: v 2 knigakh* [Hydraulics: in two books]. Book 1. Moscow: Energoatomizdat, 1991. 351 p. Book 2. Moscow: Energoatomizdat, 1991. 367 p. (rus)
8. Girgidov A. D. *Tekhnicheskaya mekhanika zhidkosti i gaza* [Technical mechanics of fluid and gas]. Saint-Petersburg: Izd. SPbGTU, 1999. 395 p. (rus)
9. Bryantseva Yu. V., Ostyakova A. V. *Mezhvuzovskiy sbornik nauchnykh trudov po gidrotekhnicheskomu i spetsialnomu stroitelstvu* [Interuniversity collection of scientific papers on hydraulic engineering and special construction]. Moscow: MGSU, 2002. Pp. 20-26. (rus)
10. Sedov L. I. *Metody teorii razmernosti i podobiya v mekhanike* [Methods of dimensional and similarity in mechanics]. Moscow: Nauka, 1970. 440 p. (rus)
11. Zegzhda A. P. *Teoriya podobiya i metodika rascheta gidrotekhnicheskikh modeley* [Similarity theory and method of calculation of hydraulic models]. Leningrad-Moscow: Gosstroyizdat, 1938. 162 p. (rus)
12. Levi I. I. *Modelirovanie gidravlicheskikh yavleniy* [Modeling of hydraulic phenomena]. Leningrad: Energiya, 1967. 235 p. (rus)
13. Sharp J. *Hydraulic modelling.* Butterworths. London. 1981. 280 p.
14. Mikhalev M. A. *Fizicheskoe modelirovanie gidravlicheskikh yavleniy* [Physical modeling of hydraulic phenomena]. Saint-Petersburg: Izdat. SPbGPU, 2008. 443 p. (rus)
15. Prandtl L. *Neuere Ergebnisse der Turbulenzforschung*. VDI - Forsch. Berlin. 1933. Pp. 105-114.
16. Hahnemann H. W. Der Stromungswiderstand in Rohrleitungen und Leitungselementen*. Forsch. Ing.-Wes.* Dusseldorf. 1950. Pp. 113-119.
17. Colebrook C. F., White C. M. Experiments with fluid friction in roughened pipes. *Proc. Roy. Soc., Ser. A.* London. 1937. Pp. 367-381.
18. Altshul A. D. *Gidravlicheskie soprotivleniya: 2-e izdanie* [Hydraulic resistance: second edition]. Moscow: Nedra, 1982. 224 p. (rus)

Full text of this article in Russian: pp. 20-28