

## Сравнение динамических упругопластических расчетов, выполненных по одностепенной модели и по модели со многими степенями свободы

**Аспирант Э. Симборт\*,  
ФГБОУ ВПО Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет**

**Ключевые слова:** сейсмостойкое проектирование; нелинейная модель с одной степенью свободы; нелинейная модель со многими степенями свободы; критерий прочности

В настоящее время для обеспечения сейсмостойкости зданий и сооружений в мировой практике применяется подход многоуровневого проектирования [1]. В соответствии с данным подходом здания и сооружения должны противостоять слабым землетрясениям без значительных повреждений, а сильные землетрясения должны восприниматься за счет пластического ресурса конструкций.

Таким образом, основные принципы сейсмостойкого проектирования зданий и сооружений допускают возможность развития значительных пластических деформаций во время сильных землетрясений. При этом должна быть исключена возможность полного обрушения сооружения или его частей. Обеспечить соблюдение этих условий можно посредством проведения всестороннего динамического упругопластического анализа сооружений с помощью современных программных комплексов (ABAQUS, ANSYS, NASTRAN и др.), однако данный анализ влечет за собой значительное время вычислений и большое количество сохраняемых данных.

Процесс проектирования требует оперативного рассмотрения ряда конструктивных вариантов. При расчетах на сейсмостойкость необходимо учитывать ансамбль акселерограмм, соответствующих результатам сейсмомикрорайонирования площадки строительства. Поэтому полный упругопластический динамический анализ проектируемого объекта становится чрезвычайно трудоемким и неудобным для принятия проектных решений. В этой связи представляется целесообразным применение более простого метода расчета. Таким методом является применение нелинейной модели с одной степенью свободы, давно используемой целым рядом исследователей. В [2], [3], [4] показано, что с помощью такой модели можно определить целый ряд важных прочностных характеристик проектируемого объекта и установить уровень его сейсмостойкости. Степень точности одностепенной модели пока не установлена.

В данной статье исследуется адекватность применения нелинейной модели с одной степенью свободы. Для этого проводится сравнение результатов (перемещение, скорость и ускорение массы системы), полученных по одностепенной модели, с результатами нелинейного динамического расчета системы со многими степенями свободы.

### Методика анализа

#### Модель с одной степенью свободы

Нелинейная модель с одной степенью свободы начала применяться в работах Ньюмарка Н., Розенблюэта Э. [5], Ивена В., Велетсос А. и др. [6] и применяется до сих пор в исследованиях Датта Т. К. [7] и Чопры А. К. [8]. Данная модель, представленная на рис. 1а, описывается дифференциальным уравнением (1):

$$m\ddot{x} + \alpha\dot{x} + F(x, \dot{x}) = -m\ddot{y}_g(t) \quad (1)$$

$$\ddot{x} + 2\xi\omega\dot{x} + f(x, \dot{x}) = -\ddot{y}_g(t), \quad (2)$$

где  $\ddot{y}_g(t)$  – ускорение основания системы с одной степенью свободы.

Характер разгрузки описывается гипотезой кинематического упрочнения Мазинга [9].

Петлю гистерезиса и циклическую диаграмму деформирования на рис.1б характеризуют следующие параметры:  $\omega^2$ ,  $\omega_0^2$ ,  $f_T$ , где  $\omega$  – частота первого тона системы, которая находится из решения линейно-упругой задачи. Величина  $\omega_0^2$  на основе эмпирических соображений принимается  $\omega^2 = (20...50)\omega_0^2$ .

$f_T = \frac{F_T}{m}$ , где  $F_T$  – предельная нагрузка системы с одной степенью свободы, которая может быть найдена

исходя из решения задачи предельного равновесия при горизонтальной нагрузке пропорциональной распределенной массе системы. В настоящей работе для решения задачи о предельном равновесии жесткокомпактных конструкций предлагается применить метод псевдожесткостей [10].

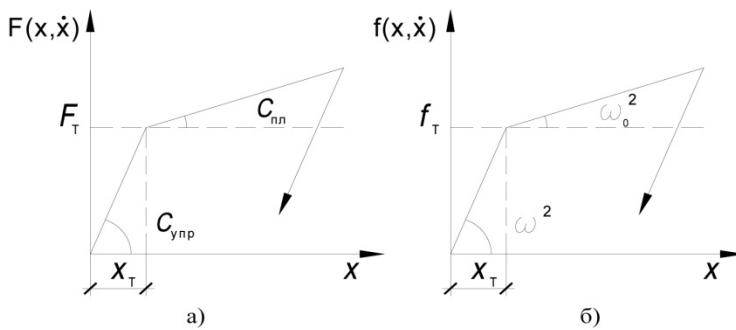


Рисунок 1. Билинейная диаграмма с упругой разгрузкой

### Модель со многими степенями свободы

Движение системы с  $n$  степенями свободы описывается  $n$  дифференциальными уравнениями второго порядка.

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + \{f_s(u, sign\dot{u})\} = -[M]\{J_x\}\ddot{X}_0(t), \quad (3)$$

где  $\{u\}$  – вектор относительных перемещений (в системе координат, связанной с основанием);  $[M]$  и  $[C]$  – матрицы масс и диссипации системы ( $n \times n$ );  $f_s = f_s(u, sign\dot{u})$  – нелинейная гистерезисная функция (нелинейная зависимость сила – перемещение);  $\{J_x\}$  – вектор, компонентами которого являются косинусы углов между направлениями перемещений по степеням свободы и вектором ускорения основания;  $\ddot{X}_0(t)$  – компонента сейсмического ускорения основания [8].

### Анализ адекватности модели с одной степенью свободы

Анализ адекватности применения нелинейной модели с одной степенью свободы анализируется путем сравнения полученных результатов по одностепенной модели с результатами нелинейного динамического расчета системы с конечным числом степеней свободы. В качестве систем со многими степенями свободы в данной работе применялись многоэтажная рамная конструкция и здание с нижним гибким этажом. Динамические характеристики исследуемых объектов приведены в табл. 1.

Таблица 1

Тип сооружения	Период Т, с	Круговая частота $\omega$ , рад/с	Частота $f$ , Гц	$\omega^2$	$\omega_0^2$	$f_T, \text{м/с}^2$
Здание с нижним гибким этажом	0.8585	7.319	1.165	53.57	1.0714÷2.679	1.07
Многоэтажное каркасное здание	1.612	3.897	0.6202	15.19	0.30374÷0.7594	2.4

Таблица 2

Запись землетрясения	Максимальное ускорение, м/с <sup>2</sup>	Продолжительность воздействия t, с	Преобладающий период воздействия T, с
Bucharest (BU x) RO	1.901	21.950	1.440
Corralitos (CO x) USA	7.830	16.890	0.560
Kobe (KO x) JP	8.179	40.020	0.360
Northridge (NR x) USA	5.566	24.580	0.260
San Fernando (SF x) USA	11.480	20.460	0.380

Симборт Э. Сравнение динамических упругопластических расчетов выполненных по одностепенной модели и по модели со многими степенями свободы

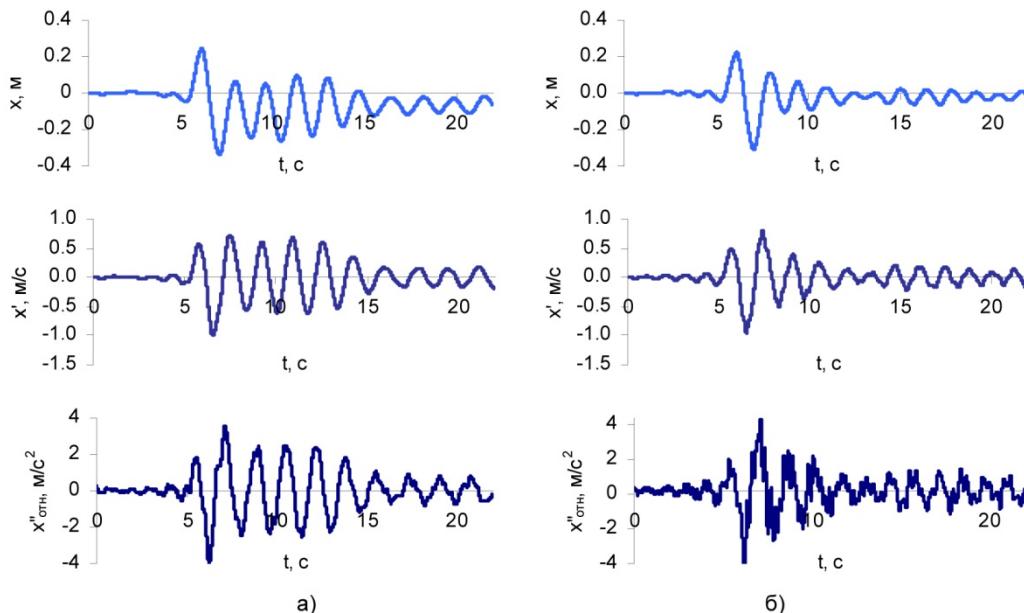
Сравнение моделей проводится по следующим параметрам:

- 1) перемещения, скорости и относительные ускорения центра тяжести здания (в случае систем с конечным числом степеней свободы);
- 2) перемещения, скорости и относительные ускорения массы одностепенной системы.

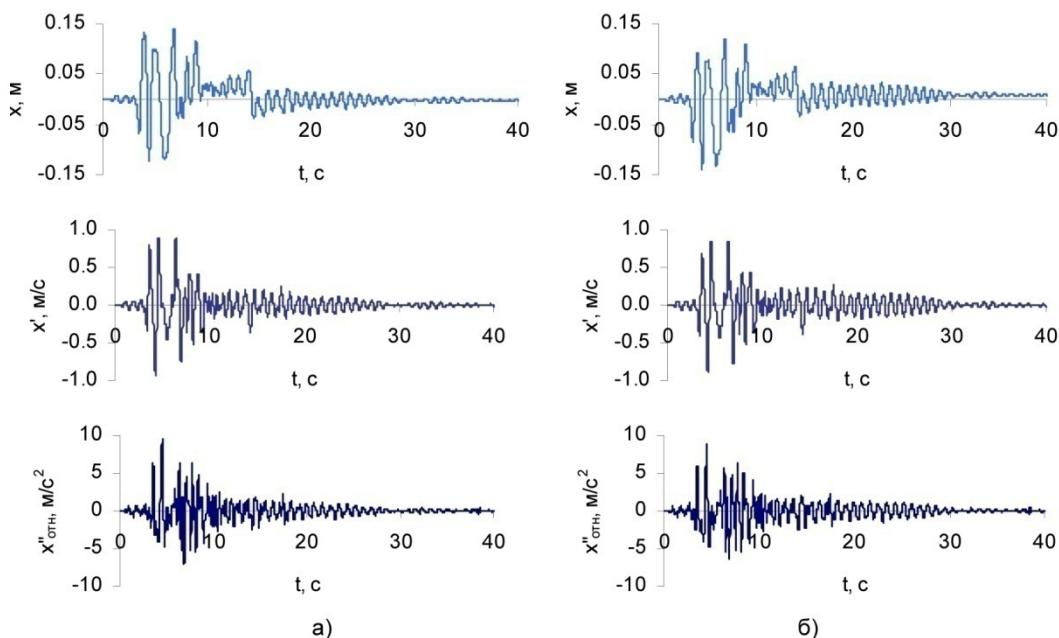
Исходное сейсмическое воздействие было задано в виде пяти акселерограмм землетрясений. Основные характеристики данных землетрясений приведены в табл. 2. Записи акселерограмм были взяты из [11, 12].

### Сравнение результатов расчетов

На рис. 2 и 3 изображены графики перемещений, скоростей и относительных ускорений в зависимости от времени для многоэтажного каркасного здания и здания с нижним гибким этажом соответственно. Динамический упругопластический расчет системы со многими степенями свободы был произведен в программном комплексе ANSYS v.13.



**Рисунок 2. Сравнение полученных результатов по одностепенной модели:**  
а) с результатами, полученными по модели со многими степенями свободы;  
б) для случая многоэтажного каркасного здания на воздействие BU x



**Рисунок 3. Сравнение результатов, полученных по одностепенной модели:**  
а) с результатами, полученными по модели со многими степенями свободы;  
б) для случая здания с нижним гибким этажом на воздействие КО x

Симборт Э. Сравнение динамических упругопластических расчетов выполненных по одностепенной модели и по модели со многими степенями свободы

В табл. 3 и 4 приведены максимальные значения перемещений, скоростей и относительных ускорений многоэтажной рамной конструкции и здания с нижним гибким этажом соответственно.

**Таблица 3**

<b>Многоэтажное каркасное здание</b>	<b>Система с одной степенью свободы</b>		<b>Система со многими степенями свободы (центр масс здания)</b>	
BU x	max	min	max	min
Перемещения, м	0.243	-0.339	0.224	-0.308
Скорости, м/с	0.720	-0.999	0.803	-0.949
Отн. ускорения, м/с <sup>2</sup>	3.558	-4.018	4.110	-4.351
CO x	max	min	max	min
Перемещения, м	0.153	-0.222	0.098	-0.206
Скорости, м/с	0.680	-1.017	0.839	-0.809
Отн. ускорения, м/с <sup>2</sup>	5.833	-8.732	9.230	-9.043
KO x	max	min	max	min
Перемещения, м	0.175	-0.355	0.191	-0.249
Скорости, м/с	1.415	-1.284	1.333	-1.280
Отн. ускорения, м/с <sup>2</sup>	10.715	-8.295	12.739	-11.850
NR x	max	min	max	min
Перемещения, м	0.347	-0.317	0.314	-0.319
Скорости, м/с	1.371	-1.022	1.458	-0.948
Отн. ускорения, м/с <sup>2</sup>	8.317	-9.375	10.326	-9.220
SF x	max	min	max	min
Перемещения, м	0.243	-0.158	0.140	-0.089
Скорости, м/с	0.875	-0.780	0.625	-0.724
Отн. ускорения, м/с <sup>2</sup>	4.036	-8.173	6.894	-10.360

**Таблица 4**

<b>Здание с нижним гибким этажом</b>	<b>Система с одной степенью свободы</b>		<b>Система со многими степенями свободы (центр масс здания)</b>	
BU x	max	min	max	min
Перемещения, м	0.203	-0.070	0.290	-0.063
Скорости, м/с	0.353	-0.381	0.507	-0.513
Отн. ускорения, м/с <sup>2</sup>	1.889	-2.686	2.154	-2.818
CO x	max	min	max	min
Перемещения, м	0.132	-0.152	0.161	-0.139
Скорости, м/с	0.513	-0.696	0.482	-0.705
Отн. ускорения, м/с <sup>2</sup>	5.601	-9.173	5.625	-8.245
KO x	max	min	max	min
Перемещения, м	0.140	-0.123	0.140	-0.119
Скорости, м/с	0.877	-0.925	0.845	-0.884
Отн. ускорения, м/с <sup>2</sup>	9.584	-7.101	8.965	-6.396
NR x	max	min	max	min
Перемещения, м	0.167	-0.078	0.159	-0.079
Скорости, м/с	0.466	-0.460	0.538	-0.419
Отн. ускорения, м/с <sup>2</sup>	4.228	-6.697	4.073	-6.550
SF x	max	min	max	min
Перемещения, м	0.042	-0.359	0.038	-0.371
Скорости, м/с	0.701	-0.858	0.785	-0.920
Отн. ускорения, м/с <sup>2</sup>	9.762	-12.391	8.477	-10.753

Симборт Э. Сравнение динамических упругопластических расчетов выполненных по одностепенной модели и по модели со многими степенями свободы

## Заключение

На основе анализа полученных результатов можно сделать вывод о том, что в большинстве случаев отличие между перемещениями, вычисленными по одностепенной модели и по модели со многими степенями свободы, не превышает 20%, за редким исключением, когда отличие составляет примерно 50%. Указанные погрешности при выборе конструктивных вариантов можно считать допустимыми. Отличия же по скоростям и относительным ускорениям также в большинстве случаев не превышают 20%.

Несмотря на то, что нелинейная модель с одной степенью свободы не учитывает ряд факторов, данная модель позволяет разумно оценить динамический отклик, особенно тех сооружений, которые преимущественно возбуждаются по первой форме.

### **Литература**

1. Fardis M. N. Code developments in earthquake engineering // 12th European Conference on Earthquake. London. Elsevier Science. 2002. Paper reference 845.
2. Рутман Ю. Л., Симборт Э. Выбор коэффициента редукции сейсмических нагрузок на основе анализа пластического ресурса конструкции // Вестник гражданских инженеров. 2011. № (2) 27. С. 78-81.
3. Рутман Ю. Л., Симборт Э. Анализ коэффициента пластичности с целью рационального выбора коэффициента редукции нагрузок  $K_1$  // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2011. №.... С. --.(в печати)
4. Рутман Ю. Л., Симборт Э. Выбор коэффициента редукции сейсмических нагрузок на основе анализа пластического ресурса конструкции с учетом малоцикловой усталости // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2011. №.... С. --.(в печати)
5. Ньюмрак Н., Розенблюэт Э. Основы сейсмостойкого строительства / Под ред. д-ра техн. наук Я. М. Айзенберга. М. : Стройиздат, 1980. 173 с.
6. Баркан Д. Д., Бунэ В. И., Медведев С. В. Современное состояние теории сейсмостойкости и сейсмостойкие сооружения (по материалам IV международной конференции по сейсмостойкому строительству) / Под общ. ред. С. В. Полякова. М. : Стройиздат, 1973. 280 с.
7. Datta T. K. Seismic Analysis of Structures. Singapore.: John Wiley (Asia), 2010. 454 p.
8. Chopra A. K. Dynamic of structures. Theory and Applications to Earthquake Engineering. New Jersey. Prentice-Hall, 2006. 794 p.
9. Москвитин В. В. Пластичность при переменных нагрузлениях. М. : Изд-во Моск. Ун-та, 1965. 263 с.
10. Рутман Ю. Л. Метод псевдожестостей для решения задач о предельном равновесии жесткопластических конструкций / Балт. гос. техн. ун-т. СПб. , 1998. 51 с.
11. The European Strong Motion Database (ESD). URL: [http://www.isesd.hi.is/ESD\\_Local/frameset.htm](http://www.isesd.hi.is/ESD_Local/frameset.htm). (Дата обращения 17.11.2010).
12. Center for Engineering Strong Motion Data (CESMD). URL: <http://www.strongmotioncenter.org>. (Дата обращения 15.01.2011).

\* Энрике Херардо Симборт Себальос, Санкт-Петербург, Россия

Тел. моб.: +7(906)275-33-17; эл. почта: [e-simbort@mail.ru](mailto:e-simbort@mail.ru)

doi: 10.5862/MCE.24.5

## Comparison of nonlinear dynamic analyses performed by both single and multi degree of freedom systems

**E. Simbort,**

Saint-Petersburg State University of Architecture and civil engineering, Saint-Petersburg, Russia  
+7(906)275-33-17; e-mail: e-simbort@mail.ru

### Key words

seismic-resistant design; nonlinear single degree of freedom; nonlinear multi degree of freedom system; strength design criterion

### Abstract

The main principles of seismic-resistant design of buildings and structures allow the propagation of significant plastic deformations under large earthquakes. But the possibility of total collapse should be ruled out. To fulfill these conditions it can be done the comprehensive dynamic plastoelastic analysis using modern software. But full dynamic plastoelastic analysis is very labor-consuming and inconvenient for design decisions.

In the present research a nonlinear dynamic analysis of the multi degree of freedom system together with nonlinear single degree of freedom system are used for analyzing the behavior of structures under plastoelastic deformation. The validity of the application of a nonlinear single degree of freedom system is analyzed by comparing the results obtained by single degree of freedom system with the results from nonlinear dynamic analysis of the multi degree of freedom system.

In the paper recommendations for application the nonlinear single degree of freedom system are proposed.

### References

1. Fardis M. N. Code developments in earthquake engineering. *12th European Conference on Earthquake*. London. Elsevier Science. 2002. Paper reference 845.
2. Rutman YU. L., Simbort E. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov*. 2011. No. (2) 27. Pp. 78-81. (rus)
3. Rutman YU. L., Simbort E. *Seysmostoykoe stroitelstvo. Bezopasnost sooruzheniy*. 2011. No. .... Pp. --.(in print) (rus)
4. Rutman YU. L., Simbort E. *Seysmostoykoe stroitelstvo. Bezopasnost sooruzheniy*. 2011. No. .... Pp. --.(in print) (rus)
5. Nyumrak N., Rozenblyuet E. *Osnovy seysmostoykogo stroitelstva* [Seismic-resistant construction]. Moscow : Stroyizdat, 1980. 173 p. (rus)
6. Barkan D. D., Bune V. I., Medvedev S. V. *Sovremennoe sostoyanie teorii seysmostoykosti i seysmostoykie sooruzheniya* (po materialam IV mezhdunarodnoy konferentsii po seysmostoykomu stroitelstvu) [Modern situation in seismic resistance theory and seismic-resistant buildings]. Moscow : Stroyizdat, 1973. 280 p. (rus)
7. Datta T. K. *Seismic Analysis of Structures*. Singapore.: John Wiley (Asia), 2010. 454 p.
8. Chopra A. K. *Dynamic of structures. Theory and Applications to Earthquake Engineering*. New Jersey. Prentice-Hall, 2006. 794 p.
9. Moskvitin V. V. *Plastichnost pri peremennykh nagruzheniyakh* [Plasticity under alternating loadings]. Moscow : Izd-vo Mosk. Un-ta, 1965. 263 p. (rus)
10. Rutman YU. L. *Metod psevdorigidits for solving the problems of limit equilibrium of rigid-plastic structures*. Saint-Petersburg, 1998. 51 p. (rus)
11. *The European Strong Motion Database (ESD)*. URL: [http://www.iseds.hi.is/ESD\\_Local/frameset.htm](http://www.iseds.hi.is/ESD_Local/frameset.htm). (17.11.2010).
12. *Center for Engineering Strong Motion Data (CESMD)*. URL: <http://www.strongmotioncenter.org>. (15.01.2011).

Full text of this article in Russian: pp. 23-27