

## Алгоритм расчета сталежелезобетонных водоводов

*К.т.н., начальник отдела расчетных обоснований сооружений Г.Л. Козинец\*,  
ОАО «Ленгидропроект»*

**Ключевые слова:** сталежелезобетонные гидротехнические сооружения; напорные водоводы; металлическая оболочка; метод конечных элементов; матрица жесткости; метод Ньютона-Рафсона; трещинообразование; критерии прочности

**Постановка задачи.** Работоспособность сталежелезобетонного гидротехнического сооружения зависит от прочности составляющих его элементов: бетона, арматуры и стальной оболочки, на которую непосредственно действует гидростатическое давление воды. Для исследования напряженно-деформированного состояния сталежелезобетонного гидротехнического сооружения классические теории применимы лишь условно, так как сталежелезобетон – комплексный материал, обладающий способностью к трещинообразованию. Этот фактор определяет появление деформационной анизотропии, поэтому актуальной является задача адекватного математического моделирования и расчета напряженно-деформированного состояния таких сооружений.

**Изученность проблемы.** В настоящее время для расчета сталежелезобетонных сооружений используется ряд методик. Существующие российские нормативные документы фактически приводят все расчетные зависимости лишь для плосконапряженных железобетонных конструкций, при этом не учитываются особенности работы пространственных сталежелезобетонных гидротехнических конструкций, не регламентируется учет возможных схем изменения элементов сооружения.

Большинство новых методик разработано за рубежом, они положены в основу действующих международных норм по проектированию (*DIN, AMERIKAN-STANDART*) и применимы для строительных конструкций. Использование указанных норм для гидротехнических сооружений в Российской Федерации не регламентировано и крайне ограничено, так как в российских нормах заложены гипотезы и подходы, отличающиеся от тех, что реализованы в международных стандартах.

Систематические исследования бетона и его физической нелинейности были начаты в работах А.Ф. Лолейта [1] и В.И. Мурашева [2]. Первые исследования в этом направлении отражены в работах А.А. Гвоздева и Н.И. Карпенко [3], [4], [5], Т.А. Балана, С.Ф. Клованича, Н.И. Мироненко [6], [7], А.С. Городецкого [8]. Способ распределения арматуры для плоского железобетонного элемента предложен в статье А.А. Гвоздева и Н.И. Карпенко [3] и в дальнейшем использовался в работах А.С. Городецкого, В.С. Здоренко [8], Г.Р. Бидного [9], М. Suidan, W.C. Schnobrich [10], V. Cervenka [11], [12], D. Darwin, D.A. Pecknold [13] и др. Этот способ получил значительное распространение и используется в большинстве численных исследований железобетонных строительных конструкций [14], [15]. Наряду с этим в строительных конструкциях сегодня применяются бетоны с повышенными прочностными характеристиками – так называемые нанобетоны [16].

В настоящее время вопросы моделирования сталежелезобетонных гидротехнических сооружений, таких как турбинные сталежелезобетонные водоводы и блоки спиральных камер зданий ГЭС, в полной мере не изучены, и проблема анализа поведения неоднородного материала в условиях возникающего в процессе эксплуатации объемного трещинообразования требует дополнительного исследования. Присоединенные массы воды при определении сейсмостойкости водоводов и спиральных камер задаются по коэффициентам присоединения, зависящим, в частности, от форм колебаний и расчетного напора на сооружение.[17]

**Методика решения задачи.** Для решения инженерной задачи с помощью метода конечных элементов всегда возникает вопрос: как корректно аппроксимировать все составляющие сталежелезобетонной конструкции, чтобы в итоге получить напряжения в арматуре и металле, сравнить результат с нормативными значениями, оценить запас прочности конструкции, находящейся в эксплуатации или определить проектную толщину металлической оболочки и расчетную арматуру проектируемой конструкции. Первоочередная задача, которую необходимо выполнить – численное моделирование работы железобетонных элементов, работающих совместно с металлической оболочкой. Предложим следующий алгоритм моделирования, представленный на блок-схеме рис. 1.

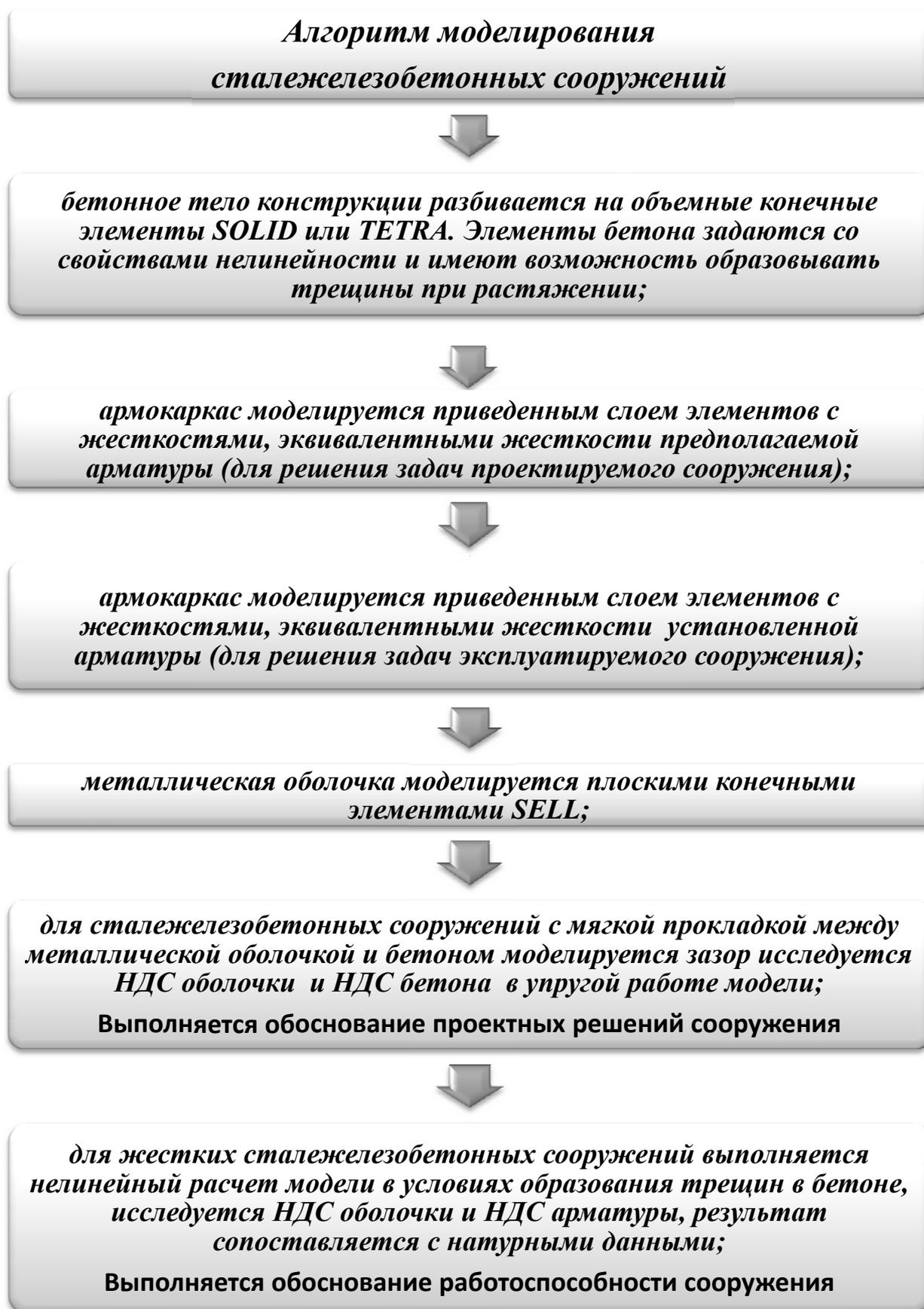


Рисунок 1. Алгоритм моделирования сталежелезобетонных сооружений

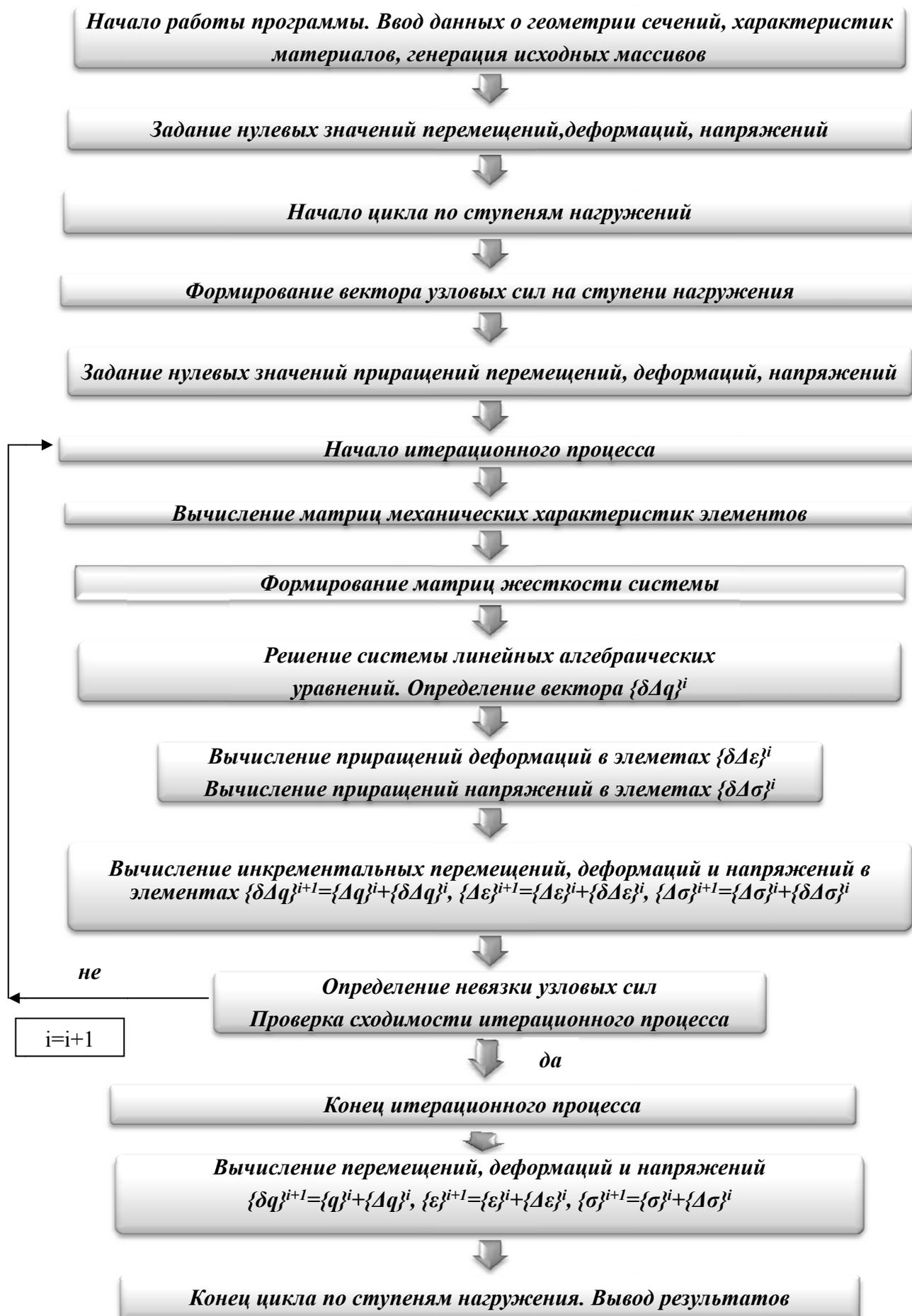


Рисунок 2. Блок схема шагового метода Ньютона-Рафсона с итерационным уточнением

При этом в универсальном программном комплексе *Cosmos Works Simulation Premium*, в рамках которого выполнено математическое моделирование, описание жесткости железобетона представлено следующим образом.

Жесткость  $i$ -го конечного элемента представляется в виде суммы жесткостей (бетона) с учетом трещинообразования и «заполнителей» (арматурных стержней):

$$[K]_i = [K_b] + \sum [K_s]. \quad (1)$$

Металлическая оболочка аппроксимируется плоскими элементами пластин с матрицей жесткости, включающей матрицы жесткости элементов металлической оболочки.

Уравнения равновесия узлов системы в предположении физической линейности задачи, когда свойства материалов не зависят от достигнутого уровня напряжений и деформаций, то есть при постоянстве матриц  $[D_b]$  и модуля арматуры  $E_s$ :

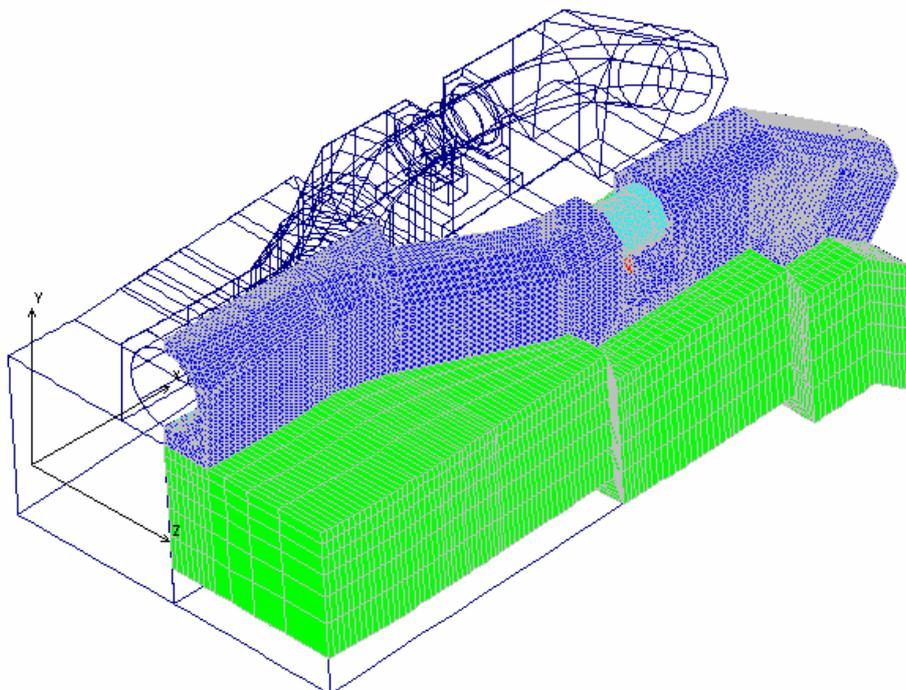
$$\{P\}_i = [K_b] \cdot \{q\}, \quad (2)$$

где  $[K]$  – матрица жесткости системы, определяемая суммированием матриц жесткости отдельных элементов;  $\{q\}$  – узловые перемещения системы;  $\{P\}$  – вектор узловых сил системы.

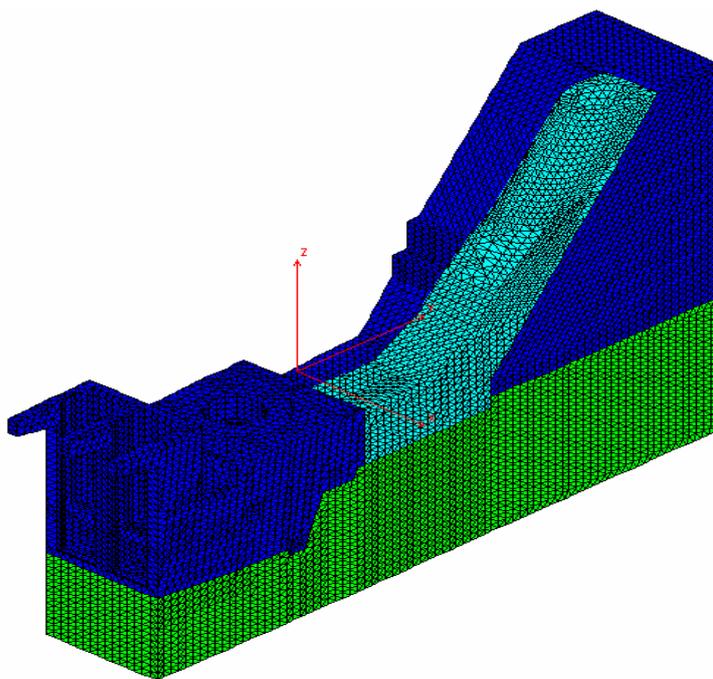
При решении нелинейных задач нелинейная матрица  $[D_b]$ , равная упругопластической матрице, определяется по теории течения и является касательной матрицей, связывающей приращения деформаций и напряжений, т.е.  $\{d\sigma_b\} = [D_b]\{d\varepsilon_b\}$ . Уравнение равновесия  $i$ -го конечного элемента будет выглядеть следующим образом:  $\{\Delta R\}_i = [K]_i\{\Delta q\}_i$ , в целом для системы разрешающие уравнения МКЭ формулируются в приращениях  $\{\Delta P\} = [K]\{\Delta q\}$ .

Наиболее подходящим методом решения физически нелинейных задач является шаговый метод приращения нагрузки с итерационной процедурой Ньютона-Рафсона на каждом шаге решения. Метод Ньютона-Рафсона является методом касательных напряжений, что полностью отвечает физической природе матрицы жесткости, полученной на базе теории течения. Алгоритм решения нелинейных задач шаговым методом с процедурой Ньютона-Рафсона на каждом шаге представлен блок схемой на рис. 2.

**Анализ результатов.** Представим результаты решения задачи на примере расчетов сталежелезобетонных водоводов Ирганайской ГЭС (модель участка водовода представлена на рис. 3) и Саяно-Шушенской ГЭС (модель представлена на рис. 4).



**Рисунок 3. Расчетная модель участка сталежелезобетонного водовода Ирганайской ГЭС с развилкой. В расчетную область включались: сталежелезобетонный турбинный водовод, открытый участок с дисковым затвором и компенсатором, скальный массив основания**



**Рисунок 4. Расчетная модель сталежелезобетонного водовода и здания Саяно-Шушенской ГЭС. В расчетную область включались: Здание ГЭС, анкерная опора, сталежелезобетонный турбинный водовод, скальный массив основания**

Расчеты выполнены по предельным состояниям первой группы для вариантов основных и особых сочетаний нагрузок.

Условие, обеспечивающее наступление предельных состояний:

$$\gamma_{1c} F < R \frac{\gamma_c}{\gamma_n}, \quad (3)$$

где  $\gamma_{1c}$  - коэффициент сочетаний нагрузок, принимаемый равным: при расчетах по предельным состояниям первой группы – для основного сочетания нагрузок и воздействий в период нормальной эксплуатации – 1,00; то же, в период строительства и ремонта – 0,95; для особого сочетания нагрузок и воздействий – 0,90;

$F$  – расчетное значение обобщенного силового воздействия;

$R$  – расчетное значение обобщенной несущей способности;

$\gamma_c = 1$  – коэффициент условий работы;

$\gamma_n$  – коэффициент надежности по назначению.

Начальный модуль упругости бетона при сжатии и растяжении  $E_b = 35 \times 10^3$  МПа. Коэффициент поперечной деформации бетона (коэффициент Пуассона) для массивных конструкций  $\nu = 0,15$ .

Стержневая арматура: растянутая и сжатая – класса А II и А III ( $\varnothing 10 \dots 40$  мм).

Расчетные сопротивления арматуры сжатию и растяжению для предельных состояний первой группы:  $R_s = 365$  МПа;  $R_{s,ser} = 390$  МПа (арматура А III).  $R_s = 280$  МПа;  $R_{s,ser} = 300$  МПа (арматура А II).

Начальный модуль упругости арматуры для класса А II, А-III –  $E_s = 200000$  МПа.

Для стальной оболочки  $R_0 = 300$  МПа. Условие прочности при расчете по предельным состояниям первой группы:

$$\sigma_{\max} \leq 240 \text{ МПа} \text{ (сталь оболочки) – для основных сочетаний нагрузок;}$$

$$\sigma_{\max} \leq 267 \text{ МПа} \text{ (сталь оболочки) – для особых сочетаний нагрузок;}$$

$$\sigma_{\max} \leq 292 \text{ МПа} \text{ (арматура А III) – для основных сочетаний нагрузок;}$$

$$\sigma_{\max} \leq 320 \text{ МПа} \text{ (арматура А III) – для особых сочетаний нагрузок;}$$

$$\sigma_{\max} \leq 224 \text{ МПа} \text{ (арматура А II) – для особых сочетаний нагрузок.}$$

Моделирование сталежелезобетонных водоводов выполнено с учетом работы комплексного материала. В расчете учтено наличие в турбинном водоводе двух слоев арматуры: внутреннего, прилегающего к металлической оболочке, и наружного, расположенного у внешней границы водовода. Условия трещинообразования железобетонной оболочки реализованы при понижении модуля упругости в ходе решения нелинейной задачи методом Ньютона-Рафсона.

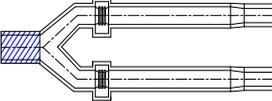
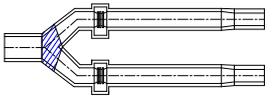
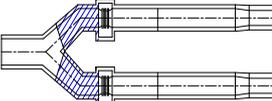
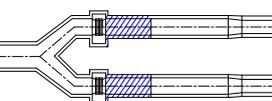
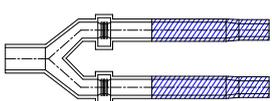
Методика моделирования и дальнейшего расчета сталежелезобетонного турбинного водовода.

1. Для моделирования работающих совместно металлической оболочки и внутреннего кольца арматуры, в задачу вводились четырехслойные плоские элементы SHELL3L. В элементы SHELL3L включены слои, моделирующие металлическую оболочку, внутреннее кольцо арматуры и два слоя трещиноватого бетона (со стороны оболочки и со стороны массивного бетона), моделирующих зоны локального трещинообразования в области армокаркаса. Толщина каждого слоя принималась в соответствии с проектной толщиной слоя металлической оболочки, слоя трещиноватого бетона между оболочкой и арматурой, слоя приведенной арматуры.
2. Бетонная оболочка водовода моделировалась с использованием объемных конечных элементов TETRA4 с нормативными физическими характеристиками и нелинейными свойствами.
3. Наружная кольцевая арматура моделировалась с использованием трехслойных пластинчатых элементов SHELL3L. В элементы SHELL3L включены слои, внешнее кольцо арматуры и два слоя трещиноватого бетона, моделирующих зоны локального трещинообразования.
4. Проводился нелинейный статический расчет сооружения. В модели происходило перераспределение напряжений между слоями элементов и снижение модуля упругости в объемном бетоне в 7 раз, при включении в работу элементов металлической оболочки и арматуры.
5. Производилась оценка напряжений в элементах металлической оболочки.
6. По уровню напряжений в слое «армирование» определялась достаточность существующего армирования путем сравнения полученных напряжений в арматуре с критериальными значениями.

**Результаты расчета прочности конструкции напорного водовода Ирганайской ГЭС** получены с учетом температурных, сейсмических воздействий и гидравлического удара. Результаты расчета армирования водовода представлены в табл. 1.

1. Максимальные значения перемещений металлической оболочки на открытом участке трубопровода составляют 2,6 мм, они полностью воспринимаются работой компенсатора, который имеет диапазон регулирования до 10 мм. На рис. 5 представлены напряжения по Мизесу в металлической облицовке водовода Ирганайской ГЭС на участке с развилкой при основном сочетании нагрузок с учетом температурных воздействий зимнего периода эксплуатации, максимальные значения составляют 99 000 КПа.
2. Расчет арматуры турбинного водовода, проведенный для основных сочетаний нагрузок с учетом температурных воздействий, показал, что армирование в целом соответствует проектному. Величина запаса в кольцевом направлении – 8%. Величина запаса в продольном направлении от 1% до 31%. Исключение составляет участок от развилки за дисковым затвором, на котором при основном сочетании нагрузок зимнего периода эксплуатации расчетное армирование превысило проектное на 12%, таким образом, рекомендовано выполнить мероприятия по устранению контакта с открытым воздухом с помощью укрывного материала или засыпки грунтом.
3. Расчет участка развилки турбинного водовода на гидравлический удар показал, что площадь расчетного кольцевого армирования превышает проектную на 6%. Таким образом, дисковый затвор можно использовать только в качестве ремонтного.
4. Работоспособность сталежелезобетонного водовода Ирганайской ГЭС обеспечена с запасом прочности стальной оболочки и установкой расчетной арматуры.

Таблица 1. Арматура сталежелезобетонного водовода Ирганайской ГЭС

Участок водовода		Армирование	Расчетное кольцевое армирование поперечного сечения, см <sup>2</sup> Гидроудар (осн.сочет)	Проектное кольцевое армирование поперечного сечения, см <sup>2</sup>	Расчетное продольное армирование поперечного сечения, см <sup>2</sup>	Проектное продольное армирование поперечного сечения, см <sup>2</sup>
 Участок напорного водовода перед развилкой	Внутренний слой		32,44 (26,44)	29,84 4Ø20+2L 75x6	13,50	19,63 (4Ø25)
	Наружный слой		12,56 (12,56)	12,56 (4Ø20)	13,50	19,63 (4Ø25)
	Σ		45,00 (39,00)	42,40	27,00	39,26
 Развилка	Внутренний слой		19,50	19,63 4Ø25	19,50	19,63(4Ø25)
	Наружный слой		19,50	19,63(4Ø25)	19,50	19,63 (4Ø25)
	Σ		39,00	39,26	39,00	39,26
 Участок напорного водовода от развилки до дискового затвора	Внутренний слой		32,44 (26,44)	25,32 4Ø16+2L 75x6	19,50	14,73 (3Ø25)
	Наружный слой		12,56 (12,56)	8,04 (4Ø16)	19,50	19,63 (4Ø25)
	Σ		45,00 (39,00)	33,36	39,00	34,36
 Участок напорного водовода от дискового затвора до колена	Внутренний слой		26,44	25,32 4Ø16+2L 75x6	19,50	14,73 (3Ø25)
	Наружный слой		12,56	8,04 (4Ø16)	19,50	19,63 (4Ø25)
	Σ		39,00	33,36	39,00	34,36
 Пристанционный участок	Внутренний слой		40,21	49,45 4Ø32+2L 75x6	8,00	14,73 3Ø25
	Наружный слой		19,79	24,63 (4Ø28)	8,00	19,63 (4Ø25)
	Σ		60,00	74,08	16,00	34,36

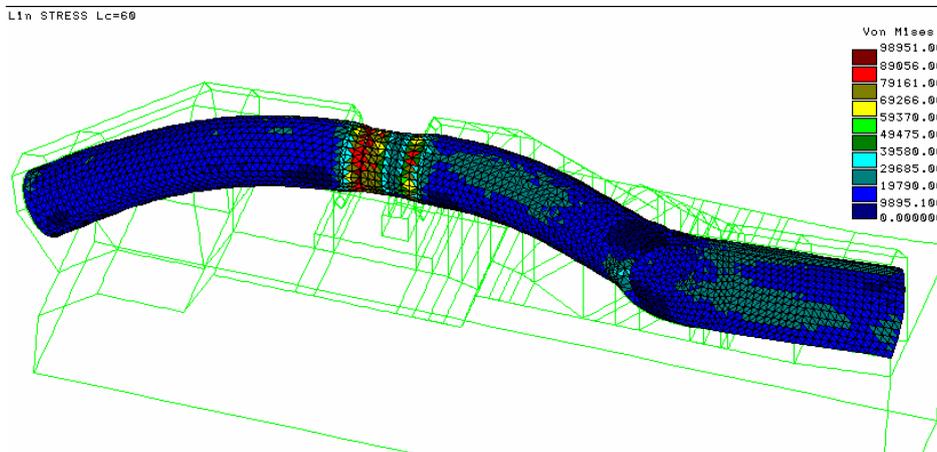


Рисунок 5. Напряжения по Мизесу в металлической облицовке водовода Ирганайской ГЭС на участке с развилкой (основное сочетание нагрузок с учетом температурных воздействий зимнего периода эксплуатации), КПа

Результаты расчета турбинного водовода Саяно-Шушенской ГЭС представлены на особом сочетании нагрузок с учетом гидравлического удара. Результаты расчета напряжений в металлической оболочке и армокаркасе представлены в табл. 2. На рис. 6 показано распределение приведенных напряжений по Мизесу в металлической оболочке турбинного водовода.

Таблица 2. Результаты расчета напряжений в водоводе СШГЭС

Наименование несущего элемента	Максимальные напряжения, МПа	Критериальное значение, МПа	Коэффициент запаса по несущей способности
Металлическая оболочка	157	267,0	1,7
Внутренняя кольцевая арматура	144	224,0	1,6
Внутренняя продольная арматура	52		4,3
Наружная кольцевая арматура	103		2,2
Наружная продольная арматура	53		4,3

L1n STRESS Lc=67

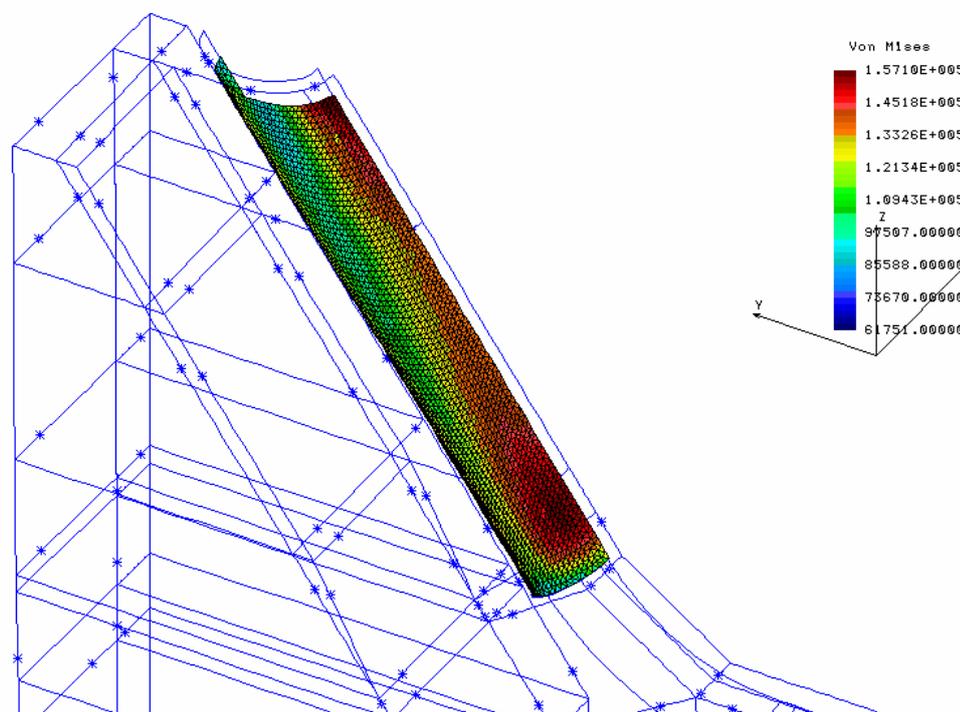


Рисунок 6. Напряжения по Мизесу в металлической облицовке водовода Саяно-Шушенской ГЭС на нижнем участке перед анкерной опорой при гидроударе, КПа

Результаты расчетных обоснований показали следующее:

- 1) сталежелезобетонная конструкция водоводов СШГЭС обеспечивает совместную работу металлической оболочки и железобетонного каркаса;
- 2) наличие продольных трещин по всей длине водовода предполагает его работу как физически нелинейного, комплексного, неоднородного материала, обладающего способностью к трещинообразованию;
- 3) максимальные напряжения в арматуре соответствует напряжениям в зоне трещины;
- 4) надежность водоводов при изменении гидравлических режимов с учетом изменения времени закрытия НА и аварийно-ремонтного затвора обеспечена коэффициентами запаса прочности металлической оболочки и арматуры;
- 5) несущая способность сталежелезобетонных водоводов обеспечена.

**Выводы.**

1. В работе предложен алгоритм пространственного моделирования сталежелезобетонных водоводов, позволяющий учитывать трещинообразование в бетоне и моделирование совместной работы металлической оболочки и железобетонного каркаса.
2. На примерах сталежелезобетонных водоводов Саяно-Шушенской и Игранайской ГЭС определены напряжения в стальной оболочке и слоях арматуры.
3. Полученные значения напряжений согласуются с данными натурных измерений (Технический отчет «О состоянии анкерных опор водоводов Саяно-Шушенской ГЭС», 1998 г.; «Оценка прочности и эксплуатационной надежности сталежелезобетонных турбинных водоводов», №1885-36-6т, ОАО «Ленгидропроект», 2009 г.) и значениями напряжений, полученными в работе (Технический отчет «Уточнение напряженно-деформированного состояния плотины Саяно-Шушенской ГЭС с учетом разуплотнения в зонах повышенного водопроявления», №1047-36-250т, ОАО «Ленгидропроект», 1995 г.).
4. Результаты работы используются в ОАО «Ленгидропроект» при оценке прочности сталежелезобетонных гидротехнических сооружений.

**Литература**

1. Лолейт А. Ф. Новый проект норм // I Всесоюзная конференция по бетону и железобетону 20 – 25 апреля 1930 г. в Москве. Труды конференции. М. , 1931.
2. Мурашев В. И. Трещиностойкость, жесткость и прочность железобетона. М. : Машстройиздат, 1958. 268 с.
3. Гвоздев А. А., Карпенко Н. И. Работа железобетона с трещинами при плоском напряженном состоянии // Строительная механика и расчет сооружений. 1965. № 2. С. 20-23.
4. Карпенко Н. И. Общие модели механики железобетона. М. : Стройиздат, 1996. 416 с.
5. Карпенко Н. И., Карпенко С. Н. О построении более совершенной модели деформирования железобетона с трещинами при плоском напряженном состоянии // II Всероссийская (Международная) конференция по бетону и железобетону «Бетон и железобетон – пути развития». 5-9 сентября 2005. М., 2005. С. 431-444.
6. Балан Т. А., Клованич С. Ф. Определяющие соотношения для бетона при сложном, непропорциональном нагружении и нагреве // Строительная механика и расчет сооружений. 1987. № 2. С. 39-44.
7. Клованич С. Ф., Мироненко И. Н. Расчет железобетонных конструкций на основе теории пластичности бетона // Збірник наукових статей «Дороги і мости». Київ : ДерждорНДІ. 2006. вип. 6. С. 43-54.
8. Городецкий А. С., Здоренко В. С. Расчет железобетонных балок-стенок с учетом образования трещин методом конечных элементов // Соппротивление материалов и теория сооружений. Киев : Будивельник, 1975. Вып. 57. С. 59-66.
9. Бидный Г. Р., Клованич С. Ф., Осадченко К. А. Расчет железобетонных конструкций при сложном нагружении методом конечных элементов // Строительная механика и расчет сооружений. 1986. № 5. С. 22-26.
10. Suidan M., Schnobrich W. C. Finite Element Analysis of Reinforced Concrete // J. Struct. Div. ASCE. 1973. v. 99. №ST10, Oct. Pp. 2109-2122.
11. Cervenka V. Inelastic Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Panels Under Inplane Loads: Ph.D....dis / Dept. Civ. Eng. Univ. Colorado. Boulder, 1970. 20 p.
12. Cervenka V. Constitutive Models for Cracked Reinforced Concrete // ACI Journal. 1985. v. 82. № 6. P. 877–882.
13. Darwin D., Pecknold D. A. Nonlinear Biaxial Stress-Strain Law for Concrete // J. Eng. Mech. Div. ASCE. 1977. v. 103. EM2. P. 229–241
14. Прокопович И. Е., Зедгенидзе В. А. Прикладная теория ползучести. М. : Стройиздат, 1980. 240 с.
15. Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций. М. : Наука, 1966. 752 с.
16. Кишиневская Е. В., Ватин Н. И., Кузнецов В. Д. Перспективы применения нанобетона в монолитных большепролетных ребристых перекрытиях с постнапряжением // Инженерно-строительный журнал. 2009. № 2(4). С. 54-58.
17. Козинец Г. Л. Определение динамических характеристик сооружений, контактирующих с водой на примере арочной плотины Саяно-Шушенской ГЭС // Инженерно-строительный журнал. 2011. №8 (21). С. 21-27.

\* Галина Леонидовна Козинец, Санкт-Петербург, Россия

Тел. раб.: +7(812)395-23-79; эл. почта: galina4410@yandex.ru

doi: 10.5862/MCE.24.2

## Calculation algorithm of steel-reinforced concrete water passages

G.L. Kozinets,

JSC Lenhydroproject RusHydro, Saint-Petersburg, Russia  
+7(812)395-23-79; e-mail: galina4410@yandex.ru

### Keywords

steel-reinforced concrete hydraulic structures; penstocks; metal sheathing; finite element method; stiffness matrix; Newton-Rafson method; cracking; strength criteria

### Abstract

The article presents three-dimensional finite element modeling method for steel-reinforced concrete penstocks. In the models the allowance is made for the actual material properties manifested upon concrete cracking.

The topical problem of developing adequately fitting mathematical models and analysis of stress-strain distribution in structures with deformational anisotropy was solved. The modeling of metal sheathing, reinforcement and fractured concrete was made.

Analysis of computational results justified the design decisions. Recommendations on maintenance the penstocks were given.

### References

1. Loleyt A. F. *I Vsesoyuznaya konferentsiya po betonu i zhelezobetonu 20 – 25 aprelya 1930 g. v Moskve. Trudy konferentsii*. [Proceedings: I USSR conference on concrete and reinforced concrete] Moscow, 1931. Pp. 15-21. (rus)
2. Murashev V. I. *Treshchinostoykost, zhestkost i prochnost zhelezobetona* [Fracture strength, rigidity and strength of reinforced concrete]. Moscow : Mashstroyizdat, 1958. 268 p. (rus)
3. Gvozdev A. A., Karpenko N. I. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy*. 1965. No. 2. Pp. 20-23. (rus)
4. Karpenko N. I. *Obshchiye modeli mekhaniki zhelezobetona* [General models of reinforced concrete mechanics]. Moscow : Stroyizdat, 1996. 416 p. (rus)
5. Karpenko N. I., Karpenko S. N. *II Vserossiyskaya (Mezhdunarodnaya) konferentsiya po betonu i zhelezobetonu «Beton i zhelezobeton – puti razvitiya»*. [Proceedings: II All-Russian conference on concrete and reinforced concrete "Concrete and reinforced concrete: ways of development"] 5-9 sentyabrya 2005. Moscow, 2005. Pp. 431-444. (rus)
6. Balan T. A., Klovanich S. F. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy*. 1987. No. 2. Pp. 39-44. (rus)
7. Klovanich S. F., Mironenko I. N. *Zbirnik naukovikh statey «Dorogi i mosti»* [Collected papers: Roads and bridges]. Kiiv : DerzhdorNDI. 2006. vip. 6. Pp. 43-54. (rus)
8. Gorodetskiy A. S., Zdorenko V. S. *Soprotivleniye materialov i teoriya sooruzheniy*. Kiyev : Budivelnik, 1975. Vyp. 57. Pp. 59-66. (rus)
9. Bidnyy G. R., Klovanich S. F., Osadchenko K. A. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy*. 1986. No. 5. Pp. 22-26. (rus)
10. Suidan M., Schnobrich W. C. Finite Element Analysis of Reinforced Concrete. *J. Struct. Div. ASCE*. 1973. v. 99. No. ST10, Oct. Pp. 2109-2122.
11. Cervenka V. *Inelastic Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Panels Under Inplane Loads*: Ph.D....dis / Dept. Civ. Eng. Univ. Colorado. Boulder, 1970. 20 p.
12. Cervenka V. Constitutive Models for Cracked Reinforced Concrete. *ACI Journal*. 1985. v. 82. No. 6. Pp. 877-882.
13. Darwin D., Pecknold D. A. Nonlinear Biaxial Stress-Strain Law for Concrete. *J. Eng. Mech. Div. ASCE*. 1977. v. 103. EM2. P. 229-241
14. Prokopovich I. Ye., Zedgenidze V. A. *Prikladnaya teoriya polzuchesti* [Applied creep theory]. Moscow : Stroyizdat, 1980. 240 p. (rus)
15. Rabotnov Yu. N. *Polzuchest elementov konstruktsiy* [Creep of structure elements]. Moscow : Nauka, 1966. 752 s. (rus)
16. Kishinevskaya Ye. V., Vatin N. I., Kuznetsov V. D. *Magazine of Civil Engineering*. 2009. No. 2(4). Pp. 54-58. (rus)
17. Kozinets G. L. *Magazine of Civil Engineering*. 2011. No. 8 (21). S. 21-27. (rus)

**Full text of this article in Russian: pp. 41-49**